



QUADERNI di GEOFISICA

Le serie temporali storiche
della Torre Garisenda (1904)



ISTITUTO NAZIONALE DI GEOFISICA E VULCANOLOGIA

198

Direttore Responsabile

Daniela VERSACE

Editor in Chief

Milena MORETTI

Editorial Board

Laura ALFONSI

Christian BIGNAMI

Simona CARANNANTE

Viviana CASTELLI

Luca COCCHI

Luigi CUCCI

Lorenzo CUGLIARI

Alessia DI CAPRIO

Roberto DI MARTINO

Domenico DI MAURO

Domenico DORONZO

Filippo GRECO

Alessandro IAROCCI

Mario MATTIA

Daniele MELINI

Anna NARDI

Lucia NARDONE

Marco OLIVIERI

Pierangelo ROMANO

Maurizio SOLDANI

Sara STOPPONI

Umberto TAMMARO

Andrea TERTULLIANI

Stefano URBINI

REGISTRAZIONE AL TRIBUNALE DI ROMA N.174 | 2014, 23 LUGLIO

© INGV Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia

Rappresentante legale: Presidente INGV

Sede: Via di Vigna Murata, 605 | Roma

Tutti i diritti riservati

www.ingv.it



ISTITUTO NAZIONALE DI GEOFISICA E VULCANOLOGIA

QUADERNI di GEOFISICA

Le serie temporali storiche
della Torre Garisenda (1904)

*The Garisenda Tower in 1904:
displacement time series*

Arianna Pesci*, Daniele Randazzo

INGV | Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia, Sezione di Bologna

**Corresponding author*

Accettato 16 luglio 2025 | Accepted 16 July 2025

Come citare | How to cite Pesci A., Randazzo D., (2025). Le serie temporali storiche della Torre Garisenda (1904). Quad. Geofis., 198: 1-34,
<https://doi.org/10.13127/qdg/198>

In copertina Le Torri degli Asinelli e della Garisenda, Bologna. Dipinto di Jakob Alt, ca. 1836. Immagine di pubblico dominio. Wikimedia Commons,
Licenza Creative Commons CC0 | Cover The Asinelli and the Garisenda Towers, Bologna. Painting by Jakob Alt, ca. 1836. Public domain image.
Wikimedia Commons, Creative Commons CC0 License

INDICE

Riassunto	7
<i>Abstract</i>	7
Introduzione	7
1. La relazione del 1904	10
2. Digitalizzazione della tavola di Cavani	12
3. Analisi delle Serie Temporal	14
3.1 Analisi di base	15
3.2 Correlazioni	17
3.3 Coefficienti angolari	19
4. Energia Cinetica normalizzata	20
5. FFT e frequenze di picco	22
6. Gli spettrogrammi	25
7. Discussione e Conclusioni	27
Ringraziamenti	29
Bibliografia	29
Sitografia	30

Riassunto

Nel 1904, il professor Francesco Cavani, su incarico del Comune di Bologna, fu chiamato a valutare la stabilità della Torre Garisenda. A tal fine, sviluppò un innovativo sistema di monitoraggio, basato su un filo a piombo fissato a circa 40 metri di altezza sulla parete Sud e su cannocchiali specializzati, dotati di un doppio sistema di lenti e fuochi, in grado di rilevare spostamenti con una precisione fino a un ventesimo di millimetro. Le tavole allegate alla sua relazione presentano in dettaglio i dati di monitoraggio, comprensivi delle serie temporali degli spostamenti verso Est e Nord, rappresentate in scala ingrandita 20:1.

In questo studio, le serie originali sono state digitalizzate, scalate ed esportate per essere analizzate con metodi moderni. L'obiettivo è quello di estrarre informazioni sulle caratteristiche dinamiche del movimento della torre, sia nel dominio del tempo che in quello delle frequenze. I risultati ottenuti mettono in evidenza le oscillazioni e le relative ampiezze, offrendo una lettura moderna e aggiornata del comportamento dinamico della struttura a oltre un secolo di distanza. Questo lavoro si propone come strumento per divulgare alcune informazioni di base sul comportamento della torre nel passato, al fine di valutare, in studi futuri, eventuali cambiamenti significativi nella caratterizzazione cinematica dei suoi movimenti. Inoltre si annunciano futuri sviluppi per aumentare la comprensione dei limiti spaziali e temporali dei risultati in considerazione delle imperfezioni dei grafici storici.

Abstract

In 1904, professor Francesco Cavani, commissioned by the Municipality of Bologna, was tasked with evaluating the stability of the Garisenda Tower. To this end, he developed an innovative monitoring system, based on a plumb line fixed about 40 meters high on the south wall and specialized telescopes, equipped with a double system of lenses and focuses, capable of detecting displacements with precision up to one-twentieth of a millimeter. The tables attached to his report present in detail the monitoring data, including time series of the eastward and northward displacements, represented at a 20:1 enlarged scale.

In this study, the original series were digitized, scaled, and exported for analysis using modern methods. The goal is to extract information on the dynamic characteristics of the tower's motion, both in the time domain and in the frequency domain. The results highlight the oscillations and their corresponding amplitudes, providing a modern and updated interpretation of the dynamic behavior of the structure over a century later. This work aims to disseminate basic information on the tower's behavior in the past, to assess potential significant changes in the kinematic characterization of its movements in future studies. Additionally, future developments are announced to enhance the understanding of the spatial and temporal limits of the results, considering the imperfections of the historical graphs.

Keywords Garisenda; Serie Temporali; Dati Storici | Time Series; Historical Data

Introduzione

Nel contesto dello studio delle deformazioni e della stabilità strutturale, l'accesso a serie temporali storiche rappresenta un'opportunità unica per osservare l'evoluzione a lungo termine

di fenomeni geodinamici e architettonici. Tuttavia, tali dati, raccolti con metodi analogici, trascritti a mano o conservati in archivi cartacei, risultano oggi difficilmente accessibili o non immediatamente utilizzabili con gli strumenti di analisi moderni. La loro riscoperta può offrire un contributo essenziale alla comprensione dell'evoluzione cinetica di strutture storiche e alla calibrazione dei modelli attuali.

Negli ultimi anni si è consolidata una crescente attenzione verso il recupero, la digitalizzazione e la valorizzazione di dati storici di tipo tecnico, geodetico e informativo. Questi dati, spesso derivanti da osservazioni sistematiche condotte anche più di un secolo fa, rappresentano una risorsa preziosa non solo per ricostruire le condizioni del passato, ma soprattutto quando possono essere confrontati con i dati strumentali moderni. L'integrazione tra misure storiche e contemporanee consente infatti di estendere significativamente l'intervallo temporale delle analisi, migliorando la comprensione dei fenomeni lenti e cumulativi e fornendo nuove chiavi di lettura per il monitoraggio di lungo periodo.

In questo contesto si collocano numerose iniziative, sia italiane che internazionali, volte al recupero e alla reinterpretazione di archivi tecnici del passato. Tra queste si possono citare, a titolo esemplificativo: "*Mapping Italia Antigua*" [1], dedicato alla ricostruzione storica dei paesaggi urbani e rurali attraverso l'analisi archeologica, topografica e geomorfologica; "Il Geoportale Nazionale per l'Archeologia GNA" [2], che raccoglie e condivide dati relativi alle indagini archeologiche in Italia; "*OpenHistoricalMap*" [3], un progetto collaborativo per la mappatura storica globale; il "*Great Britain Historical GIS*" [4], un database spaziale per l'analisi dell'evoluzione della geografia umana britannica a partire dal 1801.

Di particolare rilievo sono inoltre le attività dell'Istituto Geografico Militare Italiano (IGM), che fornisce carte storiche digitalizzate e dati di livellazione e geodesia (www.igmi.org), e dell'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia (INGV), che mette a disposizione cataloghi sismologici storici, come l'Archivio Storico Macrosismico Italiano (ASMI, [5]) e il Catalogo Parametrico dei Terremoti Italiani (CPTI, [6]).

La Torre Garisenda, uno dei simboli architettonici più iconici di Bologna, è da secoli oggetto di studio per via della sua marcata inclinazione. Costruita tra il 1109 e il 1119, è una delle torri più inclinate al mondo e rappresenta un caso emblematico di struttura medievale soggetta a deformazioni lente e cumulative. Attualmente è alta 48,2 m sopra il suolo (contro i 60 m originari) e presenta un'inclinazione di circa 3,91° verso est e 0,67° verso Sud, valori confrontabili con quelli della Torre di Pisa dopo gli interventi di consolidamento [Burland et al., 2020].

Isolata su tutti i lati dal 1890, la torre ha pianta quadrata, struttura in muratura "a sacco" e fondazioni profonde oltre 5 m, parzialmente immerse nella falda, composte da un basamento in selenite e un conglomerato massiccio indagato con carotaggi e georadar [Bertolini et al., 2023]. Nel 1293, a causa dell'eccessiva inclinazione, fu proposta la demolizione, poi non attuata per ragioni politiche ed economiche; nel 1353 fu tuttavia ridotta in altezza per motivi di sicurezza [Giordano, 2000].

Tra il 1998 e il 2000 furono effettuati interventi di consolidamento con l'inserimento di telai metallici interni e fasce d'acciaio esterne. Già nel 1993, il Comune e l'Università di Bologna, in collaborazione con la Soprintendenza ai Beni Culturali, avevano avviato un ampio programma di studi sullo stato strutturale della torre, comprendente analisi numeriche delle sollecitazioni, indagini geotecniche, ispezioni non invasive e studi chimico-fisici sui materiali. Gli interventi successivi hanno incluso la sostituzione di murature degradate, la pulitura delle superfici e il riempimento delle fratture con malta compatibile. Dal 2012 è attivo un sistema di monitoraggio sismometrico e accelerometrico. Studi recenti [Baraccani et al., 2020] hanno identificato le frequenze naturali di vibrazione delle Due Torri e valutato l'impatto delle vibrazioni indotte dal traffico, rilevando variazioni stagionali inferiori all'1%. Test sperimentali con veicoli pesanti hanno registrato accelerazioni fino a 3×10^{-3} g e spostamenti orizzontali

fino a 0,4 mm alla sommità. Il sistema di monitoraggio integrato [7] include sensori di deformazione, inclinometri, distanziometri laser, una stazione meteo e una stazione goniometrica. Parte dei dati raccolti (temperature, velocità e direzione del vento) è pubblicamente accessibile [8].

Dal 2021, le serie storiche dei dati hanno evidenziato un *trend* anomalo di accorciamento nella parte bassa dello spigolo Sud-Ovest, con una velocità di circa 1 mm/anno [Aiello et al., 2023]. Sebbene il fenomeno sembri essersi attenuato, ha destato notevole preoccupazione per la stabilità del monumento e per la sicurezza dell'area circostante, nel cuore del centro storico. Attualmente sono in corso interventi di messa in sicurezza, restauro e protezione civile.

Una panoramica esaustiva sui principali lavori e studi realizzati in questi anni è elencata in Pesci et al. [2024]. In Pesci e altri [2024; 2025] vengono presentati i risultati di campagne di telerilevamento mediante laser scanning, che hanno permesso di osservare significative variazioni nella morfologia e nell'assetto della Torre Garisenda nell'arco di oltre un decennio. In Bertolini e altri [2023] viene approfondito il ruolo cruciale delle fondazioni e delle caratteristiche geotecniche del sottosuolo nel determinare il diverso comportamento strutturale delle due torri, sottolineando l'importanza di approcci integrati alla conservazione. Nel libro di Lancellotta e altri [2022], in una rassegna sulle più recenti applicazioni dell'ingegneria geotecnica alla conservazione dei monumenti e dei siti storici, si mostrano studi sulla coppia suolo-fondazioni. In merito alle modellazioni numeriche, sia statiche che dinamiche, sebbene la protagonista sia spesso stata la vicina torre degli Asinelli, probabilmente a causa della notevole altezza, esistono studi interessanti come il recente di Casolino [2024] che ha sviluppato un modello agli elementi finiti, statico e dinamico, per studiare il comportamento della Torre Garisenda, tenendo conto dei valori limite di resistenza oltre i quali la struttura collasserebbe: i risultati hanno evidenziato che le sollecitazioni statiche e dinamiche agenti sulla torre sono molto vicine a tali valori limite, suggerendo che, in caso di un forte terremoto, la torre potrebbe subire danni significativi. Questi e altri contributi testimoniano come strumenti innovativi e metodologie multidisciplinari possano fornire un importante supporto alla comprensione e alla conservazione di un patrimonio così complesso e delicato. Per approfondire il sistema di monitoraggio e allerta attualmente in uso a Bologna, si rimanda ai seguenti riferimenti ufficiali del Comune di Bologna che forniscono informazioni dettagliate sulle strategie e le azioni adottate dal Comune di Bologna per la gestione delle emergenze meteo e la protezione civile: 1) Protezione civile - Nuovo sistema di allerta per emergenze meteo: descrizione del sistema tecnologico sviluppato dalla Protezione Civile. Informazioni all'indirizzo: www.comune.bologna.it/protezionecivile. 2) Ordinanze - Comune di Bologna: archivio delle ordinanze emesse dal Comune, inclusi provvedimenti relativi a situazioni di emergenza e allerta meteo. Per consultare l'archivio: www.comune.bologna.it/ordinanze. 3) Piano comunale di protezione civile - Comune di Bologna: documento che descrive le procedure operative e le modalità di informazione alla popolazione in caso di emergenze, al seguente link: www.comune.bologna.it/protezionecivile/piano. 4) Comune di Bologna - Lavori sulla torre Garisenda: informazioni su attività di conservazione e monitoraggio disponibili al seguente link: www.comune.bologna.it/lavori/torre-garisenda.

Diversi studi di storia medievale e fonti documentarie storiche testimoniano come, fin dalle origini, la città di Bologna si sia occupata con attenzione e periodica preoccupazione della stabilità della Torre Garisenda. Nel corso dei secoli, le autorità cittadine hanno affrontato la questione con decisioni e interventi mirati a preservarne la sicurezza e l'integrità, come riportato in lavori di Giordano [2000], Marchi e altri [2017] e in altre fonti storiche locali.

Nel 1904, il professor Francesco Cavani avviò un programma sistematico di monitoraggio della Torre Garisenda, con particolare attenzione ai movimenti orizzontali. Il metodo adottato, all'avanguardia per l'epoca, prevedeva osservazioni quotidiane ad alta precisione tramite un filo a piombo e apparati ottici calibrati [Cavani, 1910]. I risultati delle misurazioni furono raccolti in

una tavola tecnica dettagliata che, insieme a una relazione tecnico-divulgativa, documenta l'intera campagna di osservazione e misura. Questo prezioso documento, oggi conservato grazie all'opera della storica Emanuela Guidoboni, già dirigente INGV presso la Sezione di Bologna, rappresenta una testimonianza scientifica di grande rilievo. La digitalizzazione della tavola ha reso possibile l'estrazione e l'interpretazione dei dati attraverso strumenti analitici moderni, pur con le dovute cautele legate alla natura storica delle misure, alla rumorosità intrinseca e alla precisione limitata derivante dalla rappresentazione grafica manuale delle serie temporali degli spostamenti, sottoprodotto delle osservazioni originali. In questo studio vengono presentate le principali fasi del processo di digitalizzazione, le immagini della tavola storica, le elaborazioni grafiche con sovrapposizione delle polilinee dei punti misurati, i grafici delle serie temporali ricostruite, un'analisi preliminare delle velocità e dei parametri cinematici, nonché uno studio di base nel dominio delle frequenze mediante il metodo *Fast Fourier Transform* (FFT). Questi elementi costituiscono la base per una futura revisione critica del comportamento cinematico della Torre Garisenda, che, a oltre un secolo di distanza, continua a offrire indicazioni rilevanti per la valutazione della sua stabilità strutturale e per una riflessione sulle pratiche storiche di monitoraggio e conservazione.

Il motivo per cui si ritiene utile procedere all'estrazione dei dati dalle tavole storiche risiede nella possibilità di confrontare le caratteristiche dei movimenti osservati nel 1904 con quelli attuali. Nonostante si tratti di un'analisi semplificata, basata su una serie annuale affetta da rumore e da possibili imprecisioni grafiche, tale confronto potrebbe offrire indicazioni significative sull'eventuale evoluzione del comportamento dinamico della torre nel corso di oltre un secolo.

1. La relazione del 1904

Nel 1904, il professor Francesco Cavani ricevette l'incarico di monitorare la stabilità della Torre Garisenda, con l'obiettivo di verificare eventuali spostamenti e garantire la sicurezza strutturale del monumento, in particolare in relazione all'influenza del calore solare e dei venti [Cavani, 1903; 1910; 1917; 1919]. Un primo sopralluogo portò alla raccolta di evidenze preliminari che confermarono la presenza di movimenti limitati, difficili da quantificare, ma apparentemente correlati soprattutto all'irraggiamento solare.

Per avviare un monitoraggio metodico e accurato, fu progettato un sofisticato sistema di misurazione basato sull'uso di un filo a piombo, che permetteva di rilevare gli spostamenti della torre con elevata precisione. Questo sistema innovativo per l'epoca divenne il fulcro delle rilevazioni successive, consentendo la raccolta di dati significativi sui movimenti della struttura durante l'intero periodo di osservazione.

Il monitoraggio giornaliero rivelò un andamento regolare degli spostamenti, organizzati in cicli di circa 24 ore. Durante il giorno, la torre si spostava prevalentemente da Est a Ovest, con una leggera deviazione verso Sud nel pomeriggio, per poi ritornare verso Est durante la notte. I movimenti risultavano più evidenti nelle giornate soleggiate, mentre si attenuavano sensibilmente in presenza di nuvole o pioggia. Tra gennaio e aprile si registrarono solo pochi cicli completi, mentre nei mesi estivi, come luglio e agosto, la ciclicità aumentò significativamente.

Parallelamente, fu condotto uno studio sul movimento annuale dove le osservazioni evidenziarono una tendenza costante della torre a spostarsi verso Nord sotto l'effetto del calore solare, per poi progressivamente tornare verso Sud, riavvicinandosi alla posizione iniziale entro la fine dell'anno. I diagrammi prodotti mostrarono che gli spostamenti nella direzione Est-Ovest erano generalmente contenuti, ma con un movimento significativo verso Ovest nella parte finale dell'anno, suggerendo una leggera correzione nell'inclinazione della torre. Nonostante alcune anomalie nei mesi di maggio, luglio e dicembre, i movimenti rientravano nei limiti considerati normali e non destavano preoccupazioni in merito alla stabilità della torre.

Nel complesso, le conclusioni dello studio confermarono che i movimenti della Torre Garisenda erano principalmente influenzati dal calore solare, con oscillazioni limitate e prive di implicazioni strutturali. I venti forti potevano indurre movimenti più irregolari, ma anch'essi risultavano di entità contenuta e non causavano danni significativi. Le oscillazioni massime osservate, causate sia dal sole che dal vento (solo per eventi forti), non superarono i 4 mm, corrispondenti a un'oscillazione angolare di circa 39 secondi d'arco. Lo studio complessivo attestò dunque un'eccellente stabilità della torre, senza segni di aggravamento dell'inclinazione.

La tavola tecnica prodotta dal professor Cavani si configura come uno dei documenti più significativi dell'epoca, sia per il contenuto che per l'approccio metodologico adottato. Essa testimonia la meticolosità del lavoro di Cavani e la sua lungimiranza nell'impiegare metodi scientifici avanzati per il tempo, rendendo il suo contributo un esempio precoce di monitoraggio strutturale moderno. Il sistema di misurazione, pur basato su strumenti relativamente semplici, si distingueva per la precisione e la praticità, permettendo un'osservazione e una registrazione accurate dei movimenti. La tavola si caratterizza per il rigore scientifico e la chiarezza espositiva, rendendo i risultati facilmente interpretabili. In particolare, i grafici, parte integrante del documento, furono realizzati in scala 20:1, consentendo di rilevare variazioni sub-millimetriche fino a 1/20 di millimetro, una risoluzione eccezionale per l'epoca.

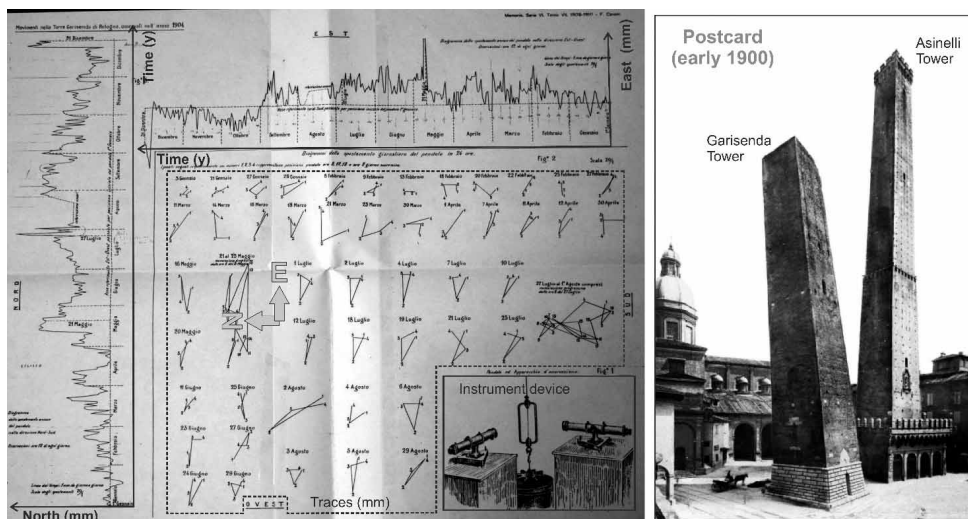


Figura 1 Tavola riassuntiva delle osservazioni di Cavani per il monitoraggio dei movimenti della torre Garisenda (1° gennaio 1904 – 31 dicembre 1904). Nota: l'immagine mostrata è una fotografia della tavola tecnica originale; le pieghe visibili sono state eliminate nelle scansioni digitali successive. A destra, una cartolina dei primi del Novecento raffigurante le Due Torri di Bologna.

Figure 1 Summary table of Cavani's observations for monitoring the movements of the Garisenda Tower (January 1, 1904 - December 31, 1904). Note: the image shown is a photograph of the original technical drawing; the visible folds were removed in the subsequent digital scans. On the right, an early 20th-century postcard depicting the Two Towers of Bologna.

Tuttavia, è necessario evidenziare alcune limitazioni intrinseche al documento, che rappresenta una sorta di rappresentazione o sottoprodotto delle osservazioni originali:

1. Il documento ha più di 120 anni e potrebbe contenere alcune alterazioni dovute al tempo.
2. La serie grafica fu probabilmente tracciata a mano con penna a china, il cui tratto ha uno spessore approssimativo di 0,1 mm e la linea può essere degradata nel tempo.
3. La scala 20:1 è una amplificazione venti volte le dimensioni del dato reale (2 cm sulla tavola corrispondono a una osservazione di 1 mm).

4. Il carattere rappresentativo della serie, che non era destinata a un uso postumo per analisi di dettaglio ma piuttosto era realizzata per fornire una visione di insieme dei movimenti della torre, lascia pensare alla presenza di piccoli errori nella posizione dei punti e delle rispettive linee di collegamento.
5. Le misurazioni furono effettuate con una cadenza iniziale di tre rilevazioni giornaliere (ore 8:00, 12:00 e 18:00) dal 1° gennaio fino al mese di agosto; successivamente, da fine agosto al 31 dicembre, le misure furono limitate all'orario di mezzogiorno. È plausibile che la serie grafica consideri solo le misure delle ore 12:00 per garantire omogeneità, sebbene di questo non ci sia completa certezza.

Le considerazioni in elenco sono esplicitate per contestualizzare l'analisi dei dati estratti avendo già in partenza una buona consapevolezza dei limiti nel dato originale che non è possibile eliminare o mitigare.

Grazie alla qualità di scansione del documento, fornito dalla storica Emanuela Guidoboni, è stato possibile avviare un accurato processo di digitalizzazione. Le immagini sono state rielaborate con alta precisione, mantenendo la scala originale e riorganizzando i dati secondo moderne tecniche di acquisizione. Questo approccio ha garantito il rispetto dell'integrità delle informazioni storiche, rendendole più accessibili e compatibili con gli attuali strumenti di analisi strutturale. Il presente lavoro si propone di esplorare e caratterizzare il comportamento cinematico della Torre Garisenda così com'era osservato circa 120 anni fa.

2. Digitalizzazione della tavola di Cavani

Per il processo di digitalizzazione della tavola contenuta nella relazione di Cavani, si è scelto di adottare un approccio semi-automatico, con l'intervento manuale in varie fasi del processo, concepito per ottimizzare la scelta dei punti preservando la precisione dei dati grafici originali. Il lavoro di editing e digitalizzazione è stato realizzato mediante il *software* CorelDRAW seguendo la procedura di seguito descritta. Si tratta di un software di grafica vettoriale molto popolare (utilizzato principalmente per la progettazione di immagini, loghi, illustrazioni e layout per stampa e web) che offre una vasta gamma di strumenti per il disegno a mano libera, la gestione dei colori, l'editing delle immagini, la tracciatura e molto altro. I passi seguiti sono qui elencati.

1. Preparazione del documento: la tavola originale è stata preparata e digitalizzata in formato immagine ad alta risoluzione per preservare la qualità visiva consentendo una corretta lettura dei dettagli e per la successiva fase di estrazione dei dati.
2. Pre-elaborazione dell'immagine: applicazione di filtri di contrasto e correzioni di luminosità per migliorare la leggibilità dei dettagli, riducendo eventuali distorsioni o interferenze nelle linee della tavola. In questa fase, non si è ricorsi ad algoritmi automatici per evitare possibili perdite di informazioni legate alle sfumature.
3. Vettorializzazione della linea di serie: la traccia è stata trasformata in un prodotto vettoriale di tipo polilinea e manualmente corretta affinché fosse il più aderente possibile alla traccia originale che, in formato digitale e zoomata, mostra una chiara sfumatura.
4. Creazione di una griglia: la griglia la cui maglia rappresenta il passo temporale scelto per l'estrazione dei punti viene creata e intersecata con la polilinea, creando netti incroci tra due elementi grafici.
5. Selezione dei punti: utilizzando strumenti di marcatura manuale, sono stati selezionati i punti di riferimento, cioè i punti di incrocio tra la curva e la linea, e poi selezionati senza perdere di vista il controllo visivo dell'operatore che, in sequenza, ne verifica la presenza all'interno del tratto di traccia della immagine originale.
6. Trasformazione dei punti in coordinate: una volta selezionati, i punti sono stati salvati in

coordinate che riflettono la scala della tavola, tenendo conto delle dimensioni e dei riferimenti reali indicati nel documento originale. Sono stati misurati nella scala originale 20:1 alcuni intervalli riconoscibili nell'immagine con i quali calcolare un fattore di scala nel passaggio dal riferimento dell'immagine in pixel al riferimento metrico della tavola.

7. Salvataggio dei dati: i dati estratti sono stati organizzati in formato digitale, pronti per essere utilizzati nelle successive fasi di analisi con la creazione della serie temporale degli spostamenti.

Questo approccio in parte manuale ha richiesto alcune ore di lavoro ma ha permesso di mantenere una qualità elevata nel processo di digitalizzazione, senza sacrificare la precisione e la coerenza delle misurazioni, garantendo che il risultato finale fosse quanto più aderente possibile all'intento originale di Cavani, nonostante le sfide imposte dal tipo di documento. La Figura 2 mostra i ritagli digitalizzati della tavola scansionata, che rappresentano una selezione accurata delle aree contenenti il grafico della serie temporale dei punti, le polilinee tracciate durante l'analisi e altri dettagli grafici significativi. Nella Figura 3 vengono presentate le serie rielaborate secondo uno stile grafico moderno, aderente agli standard attuali, che facilita la lettura e l'interpretazione visiva dei movimenti della torre nel tempo.

Il risultato finale del processo di digitalizzazione ed elaborazione è un file di dati strutturato in tre colonne. La prima contiene i dati temporali, espressi in anni, che rappresentano il progresso cronologico delle osservazioni. La seconda e la terza colonna registrano rispettivamente gli spostamenti della torre verso Est e verso Nord, entrambi espressi in millimetri. È importante notare che, nelle misurazioni originali di Cavani, l'errore di misura era pari a un ventesimo di millimetro. Tuttavia, poiché la serie è stata digitalizzata da un documento cartaceo datato e non in perfette condizioni, e considerata la necessità di ricostruire i dati numerici a partire da grafici disegnati a mano, tenendo conto anche dello spessore della linea tracciata, non si può scendere sotto al decimo di millimetro (in termini ottimistici) nell'ipotesi di rappresentare l'errore di misura realistico sulle misure estratte.

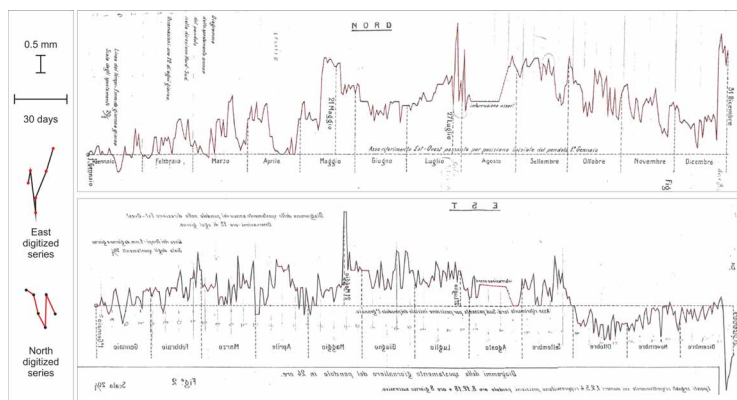


Figura 2 a) Serie temporali originali di Cavani. **b)** Grafici dei dati digitalizzati.

Figure 2 a) Original time series from Cavani. b) Graphs from digitized data.

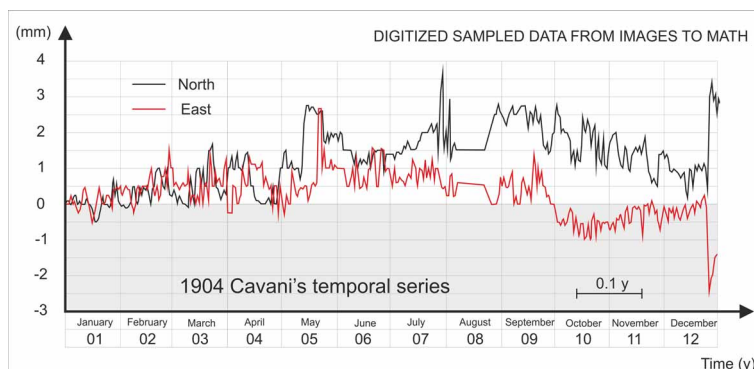


Figura 3 Serie temporale digitalizzata e scalata.

Figure 3 Digitized and scaled time series.

Prima di descrivere in dettaglio la procedura adottata per l'analisi delle serie temporali e il relativo flusso operativo, è opportuno precisare una scelta metodologica fondamentale: si è deciso, in modo pragmatico, di estrarre due punti al giorno, al fine di garantire una buona densità di dati lungo l'intero arco temporale delle osservazioni (pari a un anno). Questa scelta è stata dettata principalmente dall'esigenza di ottenere una rappresentazione continua e definita delle curve, senza discontinuità grafiche. Tuttavia, è verosimile che le osservazioni originali fossero effettuate con cadenza giornaliera, ovvero una misura al giorno. In quest'ottica, l'aumento della densità di punti non riflette una maggiore risoluzione temporale reale, ma rappresenta un'interpolazione tecnica volta a migliorare la qualità del tracciamento numerico. Per questo motivo, nell'analisi spettrale non si è fatto riferimento alla frequenza di campionamento utilizzata per la digitalizzazione, ma a quella presumibile del dato originale. È quindi sulla base di una misura al giorno che vanno considerati i limiti frequenziali teorici dell'analisi.

In termini teorici, assumendo una frequenza di osservazione pari a una misura al giorno per un anno intero (365 punti), l'analisi FFT risulta vincolata da due limiti principali: 1) la frequenza massima (frequenza di Nyquist), pari a 0.5 cicli/giorno (ossia 182.5 cicli/anno), corrispondente a un periodo minimo di 2 giorni; 2) la frequenza minima rilevabile (risoluzione spettrale), circa 0.00274 cicli/giorno (cioè 1 ciclo/anno), corrispondente a un periodo massimo di 365 giorni. Questi vincoli definiscono lo spettro delle frequenze interpretabili e devono essere tenuti in considerazione nella lettura dei risultati spettrali. Frequenze al di fuori di tali limiti, o troppo prossime ai margini teorici, vanno considerate prive di significato fisico o soggette a distorsioni significative (aliasing e rumore).

Va tuttavia sottolineato che tali limiti sono da intendersi come riferimenti teorici, validi soprattutto in condizioni ideali a basso rumore. Nel caso in esame, la natura storica e la qualità intrinseca dei dati, digitalizzati da una rappresentazione grafica a mano libera, introducono inevitabilmente errori, imprecisioni e distorsioni, che impongono ulteriori restrizioni e suggeriscono cautela nell'interpretazione dei risultati.

3. Analisi delle serie temporali

Le serie temporali, anche quando derivate da osservazioni storiche, possono offrire spunti preziosi per comprendere come una struttura si sia mossa nel tempo. Analizzandole sia nel dominio temporale che in quello delle frequenze, è possibile evidenziare tendenze, oscillazioni ricorrenti e comportamenti dinamici più complessi. Per questo studio, è stato costruito un percorso analitico articolato in diverse fasi, illustrato in Figura 4, che consente di estrarre e interpretare informazioni significative a partire dai dati digitalizzati. L'obiettivo è quello di individuare le componenti principali del segnale e descrivere in modo più completo possibile la risposta dinamica del sistema. Segue un elenco dei passaggi principali delle analisi:

1. Caricamento, visualizzazione e prima osservazione delle serie temporali.
2. Tracce del movimento sul piano di riferimento.
3. Separazione delle serie in componenti ad alta e bassa frequenza (mediante finestra mobile di tipo gaussiana con larghezza arbitraria).
4. Calcolo del modulo dei vettori spostamento e valutazione del segno delle componenti.
5. Valutazione della correlazione tra le serie e del *Time-Lag*.
6. FFT delle serie temporali originali.
7. FFT delle componenti ad alta e bassa frequenza.
8. Analisi dei picchi spettrali.
9. Derivata delle serie e calcolo delle velocità.
10. Analisi dei coefficienti angolari delle componenti di velocità e loro rapporto.

11. Calcolo di un parametro proporzionale all'energia cinetica del sistema torre mediante la somma dei quadrati delle velocità.
12. Analisi FFT (*Fast Fourier Transform*) delle serie temporali ottenute.
13. Spettrogrammi 2D e 3D per osservare le variazioni dinamiche nel dominio delle frequenze.

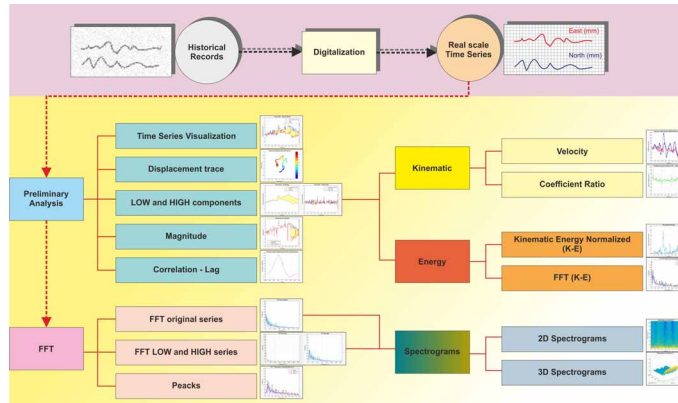


Figure 4 Diagramma di flusso. A partire dal processo di digitalizzazione e creazione dei dati, il diagramma illustra in forma semplificata il flusso delle operazioni svolte, articolate nell'ambito dell'analisi nel dominio del tempo e delle frequenze. Sono rappresentati i principali passaggi e la sequenza logica delle elaborazioni condotte.

Figure 4 Flowchart. Starting from the digitization process and data creation, the diagram illustrates, in simplified form, the flow of operations carried out, outlined within the time and frequency domain analysis. The main steps and the logical sequence of the performed processing are represented.

3.1 Analisi di base

I dati ottenuti dalla digitalizzazione sono stati campionati a intervalli di 0.5 giorni (valore scelto in modo arbitrario), generando un totale di 730 punti. Ogni riga contiene tre valori: il tempo (espresso in anni), lo spostamento verso Est e lo spostamento verso Nord. La prima fase dell'analisi ha previsto la costruzione di grafici multipli, utili per osservare direttamente l'andamento delle serie temporali e riconoscere le principali caratteristiche dei movimenti registrati.

La Figura 5 raccoglie una serie di grafici che consentono di formulare alcune osservazioni preliminari sulla base della rappresentazione visiva delle serie temporali:

- a. Serie temporali delle componenti Est e Nord: nella prima parte dell'anno, le due componenti mostrano un comportamento simile, con variazioni contenute entro ± 1 mm. Dopo circa 0.4 anni, iniziano a divergere: la componente Nord cresce progressivamente fino a raggiungere 3 mm, mentre quella Est si mantiene su valori più contenuti. Intorno a 0.8 anni si verifica un'inversione nei segni: la Nord inizia a diminuire, mentre la Est aumenta, dando origine a una fase di maggiore instabilità verso la fine dell'anno.
- b. Modulo del vettore spostamento: la linea blu rappresenta l'ampiezza complessiva del movimento, mettendo in evidenza i periodi di maggiore intensità, che superano i 5 mm. La linea rossa mostra una versione pesata del modulo, ottenuta moltiplicando i segni delle componenti Est e Nord: ciò consente di distinguere le fasi in cui il movimento avviene nei quadranti NE-SW da quelle in cui si sposta lungo gli assi NW-SE.
- c. Componenti a bassa frequenza (LOW): ottenute mediante filtraggio delle serie originali, queste curve mettono in evidenza le tendenze lente. Confermano quanto osservato in (a): un andamento inizialmente simile tra le due direzioni, che poi si differenzia nettamente nella parte centrale dell'anno.
- d. Residuo ad alta frequenza (HIGH): calcolato come differenza tra la serie originale e la sua

componente LOW, il residuo isola le oscillazioni rapide, centrate intorno alla media zero. Questa parte del segnale è utile per evidenziare le dinamiche più veloci della torre.

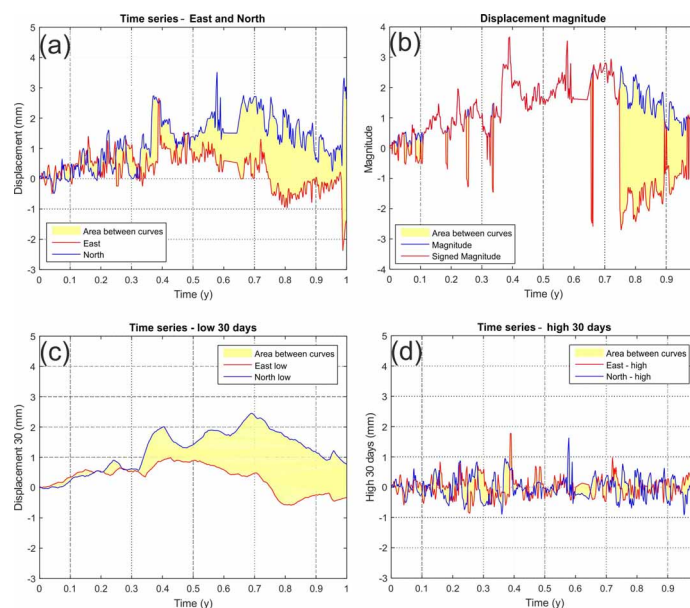


Figure 5 a) Serie temporali delle componenti Est e Nord, rappresentate nello stesso sistema di riferimento e scala. b) Modulo del vettore spostamento e modulo con segno, ottenuto dal prodotto dei segni delle due componenti. c) Componente a bassa frequenza tramite media mobile (finestra di 30 giorni) d) Residuo ad alta frequenza, ottenuto dalla differenza tra (a) e (c). Tutti i grafici sono riportati sulla stessa scala relativa, con variazioni entro un intervallo massimo di 8 mm, raggiunto solo in un breve periodo come effetto anomalo.

Figure 5 a) Time series of the East and North components, represented in the same reference frame and scale.

b) Magnitude of the displacement vector and signed magnitude, obtained by multiplying the signs of the two components. **c)** Low-frequency component through a moving average (30-day window). **d)** High-frequency residual, obtained by subtracting (c) from (a). All graphs are presented on the same relative scale, with variations within a maximum range of 8 mm, reached only during a short period as an anomalous effect.

La Figura 6 mostra il percorso degli spostamenti della torre nel corso dell'anno, visualizzato in modo da facilitare la comprensione del moto complessivo, che assume un andamento simile a quello di un pendolo. Per ottenere questa rappresentazione sono stati utilizzati i dati LOW, filtrati per rimuovere le oscillazioni ad alta frequenza e mettere in risalto la tendenza stagionale del movimento. La traccia è mostrata in due modalità: a) nel piano orizzontale XY; b) con l'aggiunta dell'asse temporale, evidenziato attraverso una scala cromatica che sfuma dal blu (inizio dell'anno) al rosso scuro (fine dell'anno). Le tonalità intermedie (azzurro, verde e giallo) aiutano a identificare in modo intuitivo le diverse fasi temporali. Dalla rappresentazione emergono alcune osservazioni rilevanti:

1. Mancata chiusura del ciclo annuale: la traccia non ritorna esattamente alla posizione iniziale. Si osservano piccole differenze: circa 0.25 mm nella direzione Est e quasi 1 mm nella direzione Nord.
2. Percorso lento e ciclico: il movimento descrive alcune traiettorie chiuse, simili a cerchi o ellissi, con centri approssimativamente localizzati intorno a 0.3, 0.5 e 0.7 anni.
3. Prima metà dell'anno: si registra uno spostamento verso Est di circa 1 mm, con una tendenza chiara. Anche la componente Nord mostra un comportamento coerente, con un'oscillazione più ampia, fino a 2 mm.
4. Inversione di tendenza (tra 0.7 e 0.8 anni): in questa fase si verifica un'inversione nei segni

degli spostamenti: la componente Est scende di circa 1 mm, mentre quella Nord si riduce di circa 0.5 mm.

5. Assestamento finale: la traccia termina in una posizione leggermente diversa da quella iniziale, indicando che il moto non è perfettamente ciclico e lascia una piccola dislocazione residua.

Queste evidenze sono anche visibili nei grafici mostrati nella Figura 5, che offrono una rappresentazione dettagliata delle serie temporali e delle loro componenti, ma la traccia in Figura 6 fornisce una visione complessiva che rende molto più immediata l'interpretazione delle tendenze e dei cambiamenti nel movimento della torre nel tempo. La forma complessiva della traccia consente di osservare facilmente i cicli e le oscillazioni periodiche, facilitando l'identificazione di particolari comportamenti stagionali o anomali. A differenza di una semplice visualizzazione delle serie temporali, che può risultare frammentata o difficile da interpretare a causa della complessità dei dati, questa rappresentazione trasforma le oscillazioni in un percorso continuo che aiuta a cogliere le relazioni tra i vari movimenti nel tempo. Inoltre, la parte (b) aggiunge un ulteriore livello di dettaglio, introducendo l'asse temporale che consente non solo di osservare gli spostamenti spaziali, ma anche di visualizzare la velocità con cui questi spostamenti avvengono. L'integrazione del tempo attraverso la scala cromatica, che sfuma dal blu al rosso scuro, consente di seguire il movimento nel corso dei mesi, accentuando le variazioni stagionali e fornendo informazioni preziose sui periodi in cui la torre ha mostrato i cambiamenti più rapidi o lenti. Questo tipo di rappresentazione arricchisce l'analisi dinamica, poiché consente di correlare le variazioni spaziali con la loro evoluzione temporale, rivelando pattern e tendenze che potrebbero non essere immediatamente evidenti in una semplice sequenza di grafici separati. Così facendo, l'analisi diventa più completa e accessibile, evidenziando in modo chiaro i fenomeni ricorrenti e le anomalie, e fornendo un quadro utile per le fasi successive di valutazione e modellizzazione.

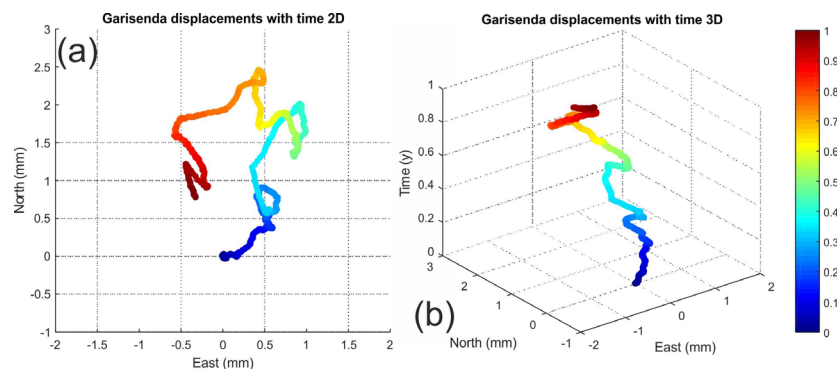


Figura 6 Traccia del movimento della torre in 2D e in 3D. **a)** La traccia la cui evoluzione nel tempo è colorata con i valori tra 0 e 1. **b)** Traccia rappresentata con l'asse del tempo per srotolare i movimenti della torre nello spazio 3D evidenziando le maggiori velocità di variazione.

Figure 6 Tower movement trajectory in 2D and 3D. **a)** The trajectory whose time evolution is color-coded with values between 0 and 1. **b)** Trajectory represented with the time axis to unfold the tower's movements in 3D space, highlighting the greatest rates of change.

3.2 Correlazioni

Il comportamento individuale e congiunto delle componenti Est e Nord degli spostamenti della torre costituisce un aspetto di particolare interesse nell'analisi delle serie temporali. È opportuno ricordare che il professor Cavani posizionò il sistema di misurazione all'interno della parete Sud della torre, in prossimità dello spigolo Sud-Ovest, a circa 40 metri di altezza dal suolo. Tale scelta

non fu casuale, ma il risultato di osservazioni precedenti che avevano evidenziato una maggiore sensibilità dinamica di quel settore della struttura, in grado di manifestare spostamenti più ampi rispetto ad altri punti della torre. Come già evidenziato nei grafici della Figura 5, le serie temporali delle due componenti non si comportano come entità indipendenti, ma mostrano correlazioni variabili nel tempo, con fasi in cui i movimenti si sviluppano con segni concordi e altre in cui divergono. Questa relazione dinamica suggerisce l'esistenza di un'interazione strutturale tra le direzioni di movimento, che può essere studiata in termini di correlazione e sfasamento temporale. La Figura 7 presenta un'analisi dettagliata della correlazione tra le componenti Est e Nord, includendo il calcolo del tempo di ritardo (*time-lag*), espresso in numero di punti della serie temporale. Dalla rappresentazione emerge un picco di correlazione con un valore vicino a 0.75, corrispondente a uno sfasamento temporale di circa 0.3 anni. Questo risultato suggerisce che i due segnali, pur non essendo perfettamente sincronizzati, seguono dinamiche simili, con uno scarto temporale relativamente costante. Tale comportamento potrebbe riflettere un'oscillazione modulata da fattori esterni o dalla diversa risposta della struttura lungo i due assi principali. Va precisato che si tratta di un'ipotesi preliminare, un tentativo di interpretare possibili cause alla base di questo risultato.

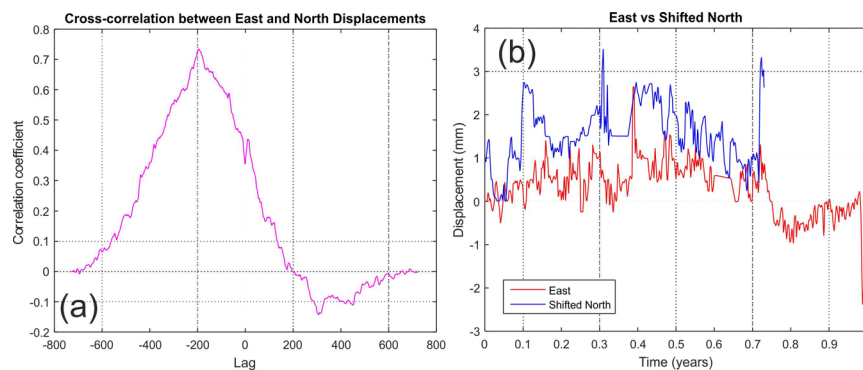


Figura 7 a) Coefficienti di correlazione e time-lag tra la componente Est e la componente Nord degli spostamenti.

Il grafico mostra come la correlazione vari al variare dello sfasamento temporale tra le due serie. **b)** Visualizzazione dello shift applicato alla serie Nord rispetto alla serie est, corrispondente al time-lag di massimo coefficiente di correlazione (-100 punti), equivalente a circa 0.3 anni.

Figure 7 a) Correlation coefficients and time-lag between the eastward and northward displacement components. The graph shows how the correlation changes as the time shift between the two series varies. **b)** Visualization of the shift applied to the north series relative to the east series, corresponding to the time-lag of the maximum correlation coefficient (-100 points), equivalent to approximately 0.3 years.

Per indagare più nel dettaglio come varia nel tempo la relazione tra le componenti Est e Nord, è stato applicato un metodo a finestra mobile con ampiezza pari a 0.1 anni. Questo approccio consente di valutare la correlazione locale tra le due serie, concentrandosi su intervalli temporali limitati e riducendo l'influenza dei dati esterni alla finestra selezionata. La scelta di questa ampiezza rappresenta un compromesso tra la necessità di una buona risoluzione temporale e la stabilità statistica del segnale. I risultati, mostrati in Figura 8, evidenziano i periodi in cui la correlazione supera la soglia di 0.7, considerata significativa perché vicina al valore massimo riscontrato nell'analisi globale riportata in Figura 7. È interessante notare come i picchi di correlazione, sia positivi che negativi, si distribuiscano lungo l'intero arco temporale con una cadenza regolare di circa 0.15 anni. Questo andamento suggerisce la presenza di una periodicità nella relazione tra le componenti Est e Nord, che potrebbe derivare da dinamiche strutturali interne o da condizioni ambientali ricorrenti. Un'analisi analoga condotta con una finestra

leggermente più ampia (0.15 anni) conferma il trend osservato, sebbene con una perdita di risoluzione temporale a favore di una maggiore stabilità del segnale correlativo.

Al momento, le cause e le implicazioni di questa variabilità temporale non sono ancora del tutto chiare e richiedono ulteriori approfondimenti. È però rilevante notare che nelle osservazioni originali di Cavani erano già evidenti periodi dell'anno caratterizzati da variazioni rapide nelle chiusure delle tracce, alternate a periodi più lunghi di movimento lento o assente. Pertanto, la curva di *time-lag* presentata qui rappresenta soprattutto un'indicazione della natura dinamica e non costante del movimento registrato nel corso dell'anno.

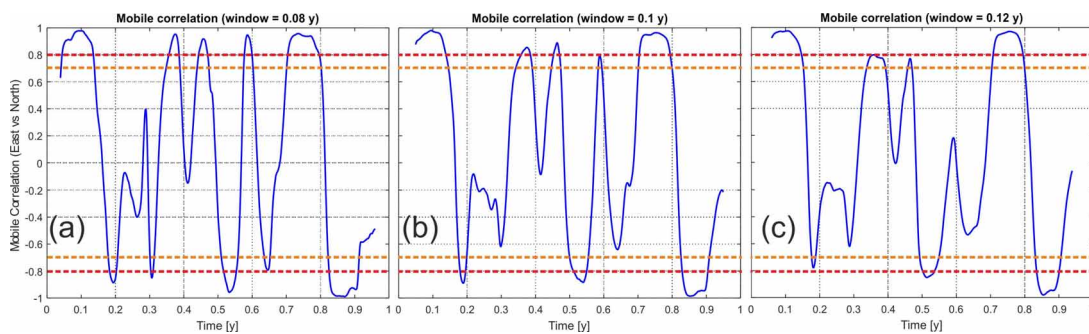


Figura 8 **a)** Calcolo della correlazione con finestra mobile di 0.08 a ed evidenza dei valori superiori alle soglie 0.7-0.8. **b)** Correlazione con una finestra di 0.1 a. **c)** Correlazione con finestra ampliata di (0.12 a).

Figure 8 **a)** Correlation with a moving window of 0.08 y and highlighting values above the thresholds of 0.7-0.8. **b)** Correlation with a window of 0.1 y. **c)** Correlation with an expanded window of 0.12 y.

3.3 Coefficienti angolari

A completamento di questo capitolo dedicato all'analisi di base delle due serie temporali, si propone un'ulteriore considerazione derivante dall'elaborazione dei coefficienti angolari. In continuità con le evidenze emerse dalle precedenti analisi di correlazione, questa sezione si concentra sull'individuazione delle inversioni di tendenza, con l'obiettivo di arricchire ulteriormente il quadro descrittivo del comportamento dinamico della torre. I dati utilizzati in ingresso sono quelli della serie LOW, ossia le serie originali sottoposte a un filtraggio volto ad attenuare le componenti ad alta frequenza. In particolare, è stata applicata una lisciatura mediante finestra mobile con ampiezza pari a 30 giorni, scelta che consente di evidenziare in modo più marcato la componente stagionale, riducendo l'influenza delle variazioni più rapide. I coefficienti angolari delle due componenti, indicati rispettivamente come C_{est} e C_{nord} , sono stati calcolati in modo semplice: mediante la differenza tra elementi consecutivi delle serie, divisa per il passo temporale di campionamento. In pratica il coefficiente angolare di uno spostamento in direzione Est o Nord altro non è che la velocità istantanea nel tempo specifico in cui viene calcolato. Qui lavorando sulle serie LOW, cioè ripulite delle alte frequenze, la velocità è indicativa di una tendenza generale nel lungo termine. I risultati di questa elaborazione sono presentati nella Figura 9, in cui vengono mostrati non solo i valori dei coefficienti stessi, ma anche i rapporti temporali tra di essi, calcolati sia come C_{est}/C_{nord} che come C_{nord}/C_{est} . Questi rapporti permettono di visualizzare in modo chiaro i punti critici del sistema, ovvero le zone in cui i valori tendono all'infinito. Tali asintoti corrispondono alle situazioni in cui uno dei due coefficienti angolari si annulla, indicando un'inversione di tendenza (da positivo a negativo o viceversa) e quindi un passaggio attraverso lo zero. L'identificazione di queste discontinuità rende immediata l'individuazione dei momenti in cui il comportamento cinematico delle due componenti cambia in modo significativo, offrendo così un ulteriore strumento di lettura delle dinamiche strutturali

della torre nel corso del tempo. In questa analisi, in cui si calcolano i rapporti tra i coefficienti, risulta evidente che, dove entrambi i valori sono molto alti o molto bassi, non si può osservare una discontinuità. In questi casi, infatti, la tendenza è simile, e i rapporti non divergono. Pertanto, in questa estrazione di informazioni cinematiche caratteristica dei comportamenti delle serie Est e Nord, i trend molto simili non rilasciano informazioni leggibili, ma al contrario mostrano una certa regolarità. In definitiva, l'approccio di analisi punta a evidenziare solo i cambiamenti non comuni nelle velocità di spostamento, mentre l'andamento delle velocità è direttamente osservabile nel grafico in Figura 9 (a). Le epoche nella scala temporale in cui si osserva la divergenza del rapporto non rappresentano un dato interpretabile in modo netto o univoco, più che individuare un momento preciso di cambiamento, queste divergenze forniscono una caratterizzazione della tipicità cinetica dei movimenti lungo le due componenti Est e Nord. In particolare, offrono un indicatore utile per riconoscere quando i cambiamenti di andamento avvengono in modo non sincrono tra le due serie, suggerendo così una differenziazione nei comportamenti dinamici lungo le due direzioni.

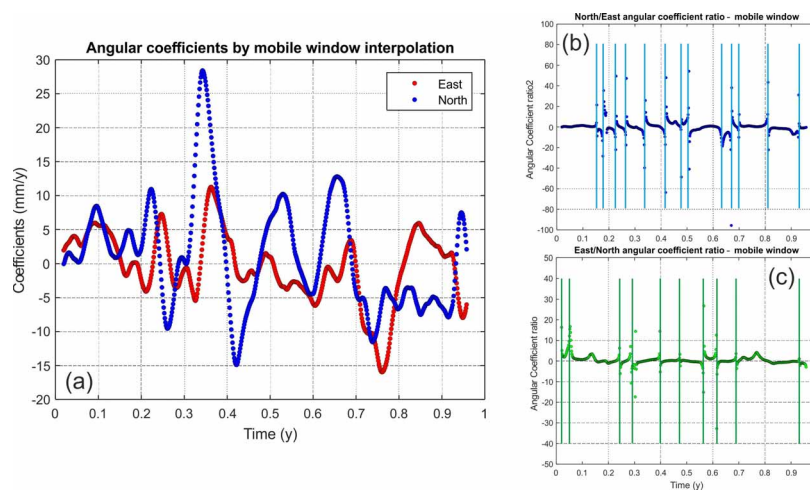


Figura 9 Analisi dei coefficienti angolari. **a)** Velocità delle componenti Est e Nord. **b); c)** Rapporto dei coefficienti angolari per l'identificazione delle variazioni positive e negative.

Figure 9 Angular coefficient analysis. **a)** East and North components velocities. **b); c)** Angular coefficients ratio for positive to negative changes identification.

4. Energia Cinetica normalizzata

Conclusa l'analisi delle velocità istantanee delle due componenti, si introduce ora il calcolo di una grandezza che permette di caratterizzare in modo sintetico e significativo l'intensità del movimento della torre nel tempo: l'energia cinetica normalizzata. A partire dalle serie temporali delle velocità v_{est} e v_{nord} , ottenute come coefficienti angolari delle rispettive componenti spaziali, è possibile costruire una nuova serie che rappresenta, per ogni istante temporale, la somma dei quadrati delle velocità lungo le due direzioni. Questa grandezza è direttamente proporzionale all'energia cinetica istantanea del punto considerato, assumendo che la massa e la posizione restino pressoché invariate.

Tuttavia, nel caso in esame, non si dispone di informazioni dettagliate sulla massa o sulla distribuzione della stessa lungo la struttura, e neppure è necessario considerare valori assoluti di energia. Poiché la massa della torre, la sua geometria e le condizioni al contorno possono essere considerati costanti nel tempo, è possibile normalizzare la serie ottenuta, dividendone ciascun valore per la media dell'intera serie. In termini fisici, si può pensare di partire dalla formula

classica dell'energia cinetica, $E_k = 1/2mv^2$, e considerare come velocità il modulo del vettore composto dalle componenti Est e Nord. La normalizzazione rispetto al valore medio equivale, concettualmente, a dividere ogni valore di energia per una costante $E_{k_{med}} = 1/2mv_{med}^2$ dove v_{med} è il valore medio dei quadrati delle velocità. In questo modo, si ottiene una nuova serie adimensionale, che conserva il significato fisico di energia relativa e permette di confrontare direttamente l'intensità del movimento nel tempo, indipendentemente da fattori strutturali costanti o difficilmente misurabili.

Questo approccio consente quindi di mettere in evidenza i periodi dell'anno in cui la torre ha manifestato un'intensità di movimento maggiore o minore rispetto al comportamento medio, fornendo una misura sintetica ma efficace della sua attività dinamica nel tempo. La serie normalizzata non solo consente di osservare l'evoluzione relativa dell'intensità di movimento della torre nel tempo, ma rappresenta anche una chiave di lettura fisicamente fondata, capace di restituire una misura indiretta dell'attività dinamica del sistema. Sebbene non sia un'energia in senso assoluto, mancando i parametri fisici come massa e scala di forza, essa conserva il significato di "energia specifica" relativa, rendendo possibili confronti interni nel tempo e identificando in modo netto i periodi di maggiore attivazione dinamica. Questa rappresentazione sembra particolarmente utile nel contesto storico del monitoraggio, dove la semplicità del dato deve essere bilanciata da un'efficacia interpretativa. La serie così ottenuta può dunque essere considerata un buon indicatore sintetico del comportamento globale della torre lungo l'anno osservato (Figura 10). Pur presentando variazioni di ampiezza anche significative nei diversi periodi, emergono delle regolarità temporali: si osserva infatti una tendenza a fluttuazioni con periodicità prossima a 0.1 anni. Questo suggerisce una dinamica ricorrente nella risposta della struttura, che potrebbe essere legata a fattori ambientali stagionali o a caratteristiche proprie del sistema torre-suolo. L'impiego della serie interpolata consente di mettere maggiormente in risalto tali fluttuazioni, confermandone la regolarità e facilitandone l'interpretazione.

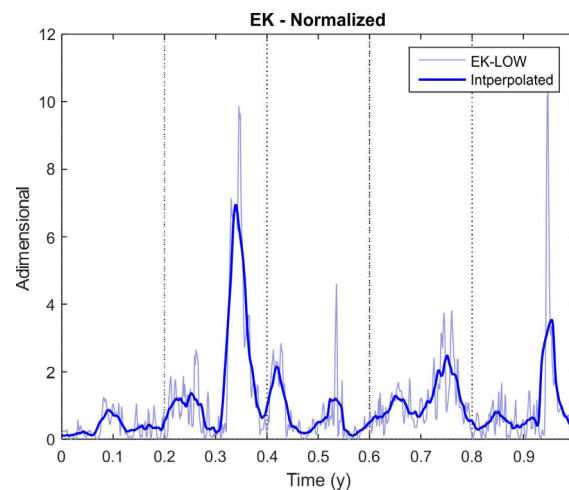


Figura 10 Energia cinetica normalizzata nel tempo, calcolata a partire dalle componenti derivate delle serie di spostamento Est e Nord filtrate (LOW). La linea grigia mostra la serie completa punto per punto, mentre la linea blu rappresenta una versione interpolata con media mobile centrata su una finestra di 10 giorni (pari a 5 punti dati), al fine di rendere più leggibili le variazioni significative e ridurre la componente rumorosa. Questa visualizzazione consente di identificare in modo più intuitivo i periodi di maggiore intensità dinamica del sistema.

Figure 10 Normalized kinetic energy over time, calculated from the derived components of the filtered East and North displacement series (LOW). The grey line shows the complete point-by-point series, while the blue line represents an interpolated version with a moving average centered on a 10-day window (equivalent to 5 data points), to make significant variations more readable and reduce the noisy component. This visualization allows for a more intuitive identification of periods with higher dynamic intensity in the system.

In conclusione, pur lavorando su dati che possono essere considerati in parte difettosi per le ragioni già esposte, gli autori ritengono che l'insieme delle analisi condotte nel dominio del tempo risulti piuttosto rappresentativo e adatto a una quantificazione coerente dei fenomeni osservati. Tali analisi mettono in evidenza il comportamento dinamico della torre nel corso del tempo e nell'arco dell'anno 1904, evidenziando variazioni su base stagionale e periodica, in relazione alle condizioni ambientali e, talvolta, a eventi atmosferici. È noto, infatti, che nella sua relazione il professor Cavani riportò anche misure accessorie agli spostamenti, quali la temperatura, la copertura nuvolosa e la presenza di vento forte; tuttavia, al momento, questi dati non sono ancora stati reperiti.

5. FFT e frequenze di picco

L'analisi delle serie temporali in questa ricerca si è concentrata sull'impiego semplice della Trasformata di Fourier (FFT) per identificare e visualizzare le frequenze o bande di frequenza predominanti nei movimenti orizzontali della Torre Garisenda. Le serie sono state suddivise in quattro tipologie principali: la serie originale, la serie smussata ottenuta tramite una finestra mobile di 30 giorni, il residuo ad alta frequenza calcolato come differenza tra la serie originale e quella filtrata, e infine la serie derivata dal calcolo dell'energia cinetica normalizzata. La FFT è uno strumento matematico fondamentale che consente di passare dal dominio del tempo a quello della frequenza, facilitando l'individuazione di periodi caratteristici e la quantificazione dell'intensità delle variazioni associate a specifiche frequenze. Cavani effettuò osservazioni quotidiane degli spostamenti della torre per un intero anno, fornendo una base dati sufficientemente densa per analizzare variazioni stagionali o con periodi più brevi. Le quattro tipologie di serie analizzate sono:

1. Serie originali: comprendono l'intero spettro dei movimenti osservati, includendo tutte le componenti frequenziali.
2. Serie smussate (finestra mobile di 30 giorni): le variazioni rapide sono attenuate per evidenziare le tendenze di fondo più lente, tipiche di scale temporali stagionali.
3. Serie di energia cinetica normalizzata (finestra mobile di 30 giorni): calcolata a partire dalle velocità delle componenti Est e Nord, con un significato fisico legato all'intensità dinamica complessiva del sistema.
4. Residui ad alta frequenza: ottenuti sottraendo la serie smussata da quella originale, rappresentano la componente più veloce dei movimenti, potenzialmente attribuibile a vibrazioni, fenomeni transitori o rumore.

Come già introdotto nel capitolo dedicato alla digitalizzazione, l'analisi FFT è soggetta ai limiti teorici imposti dalla frequenza di Nyquist e dalla risoluzione spettrale. Sebbene in fase di digitalizzazione si sia scelto di estrarre due punti al giorno, è verosimile che la frequenza reale delle osservazioni utilizzate per la costruzione del diagramma di spostamento fosse giornaliera. Pertanto, si assume un passo temporale di un giorno come riferimento per l'analisi spettrale, il che comporta che lo spettro di frequenza sia interpretabile solo nell'intervallo compreso tra 1 e 182.5 cicli/anno, corrispondenti rispettivamente a un periodo di 365 giorni e 2 giorni. Tali limiti ideali sono da interpretare con cautela, poiché la qualità storica dei dati e la digitalizzazione possono influenzare l'analisi, specialmente per le frequenze alte. Movimenti rapidi o discontinui possono generare armoniche spurie, dando origine a picchi spettrali non necessariamente associati a fenomeni fisici reali. Per questo motivo, è fondamentale interpretare con prudenza le componenti alle alte frequenze, che potrebbero riflettere effetti numerici, aliasing o artefatti dovuti alla digitalizzazione. Una strategia utile per ridurre queste anomalie consiste nell'applicare un pre-trattamento ai dati, attraverso

funzioni finestra (come Gauss, Hamming, ecc.), al fine di migliorare la separazione tra le componenti in frequenza e ottenere uno spettro più affidabile. L'identificazione delle frequenze dominanti si è inizialmente basata su un criterio automatico, con soglie relative fissate al 70% sopra la media locale dell'ampiezza spettrale. I risultati preliminari (Figura 11) mostrano che il residuo ad alta frequenza domina lo spettro, mentre le oscillazioni più lente emergono soprattutto nelle serie filtrate.

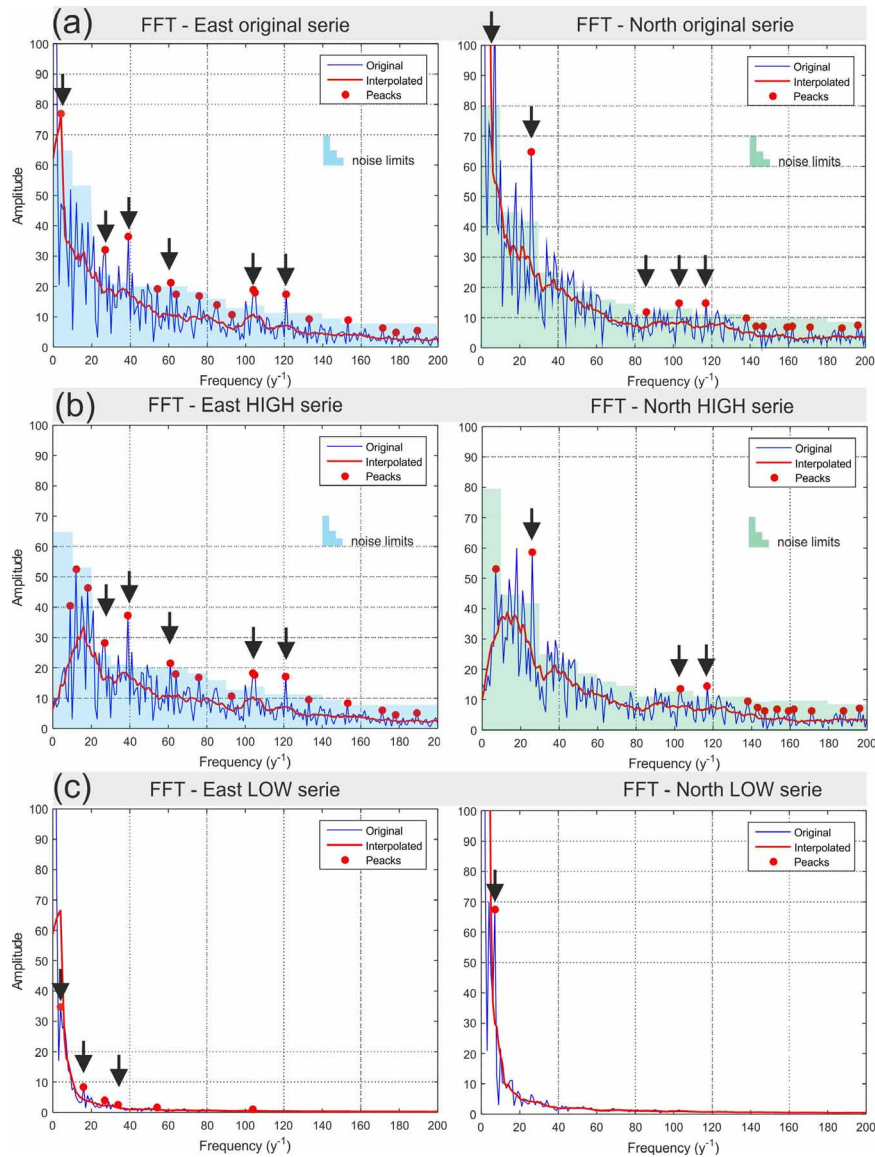


Figura 11 Risultati dell'analisi FFT delle serie temporali degli spostamenti nelle direzioni Est e Nord. **a)** Spettro delle serie originali, contenenti tutte le componenti di frequenza; **b)** Spettro dei residui ad alta frequenza, ottenuti per differenza tra le serie originali e quelle smussate con finestra mobile di 30 giorni; **c)** Spettro delle componenti a bassa frequenza, isolate tramite filtraggio. I pallini rossi indicano i picchi spettrali (outlier), definiti come i valori che superano del 70% la media locale dell'ampiezza spettrale in prima analisi. Il diagramma in trasparenza mostra i valori di soglia ricalcolati e le frecce evidenziano i picchi confermati da controllo più rigoroso.

Figure 11 Results of the FFT analysis of the displacement time series in the East and North directions. **a)** Spectrum of the original series, including all frequency components; **b)** Spectrum of the high-frequency residuals, obtained by subtracting the smoothed series (30-day moving window) from the original series; **c)** Spectrum of the low-frequency components, isolated through filtering. Red dots indicate spectral peaks (outliers), initially defined as values exceeding the local spectral amplitude average by 70%. The semi-transparent plot shows the recalculated threshold values, while arrows highlight the peaks confirmed through a stricter control.

In questa fase, si può osservare che, numericamente parlando, i picchi principali della componente Est si collocano approssimativamente nelle frequenze [5, 40, 60, 90, 105, 120, 135, 145, 170] cicli/anno, mentre per la componente Nord si riscontrano a [7, 25, 80, 120, 140, 160, 170] cicli/anno. Queste frequenze ricorrono anche nei residui ad alta frequenza, confermandone la persistenza, mentre nelle serie filtrate si riducono a poche componenti: [5, 15, 35] cicli/anno per Est e [10] cicli/anno per Nord. I risultati (Figura 12) evidenziano picchi significativi alle frequenze [5, 10, 25, 65, 75, 90, 95, 105, 120, 140, 155, 170] cicli/anno. Il modulo, ottenuto dalla combinazione delle componenti Est e Nord, condivide molte di queste frequenze, sebbene ciascuna possa influenzare diversamente il segnale risultante.

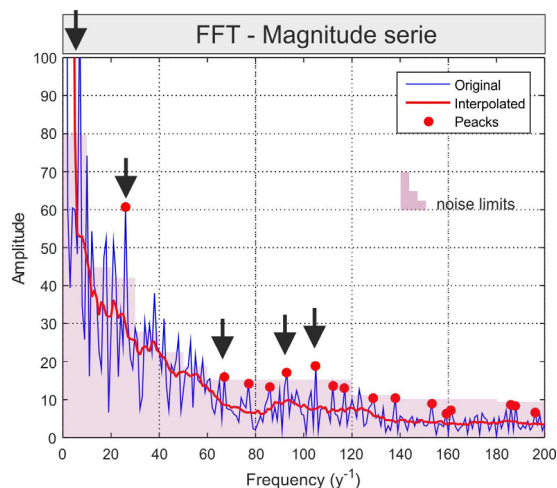


Figura 12 FFT del modulo del vettore spostamento e relativi picchi. Tutti i valori di picco sono stati estratti con il 70% oltre soglia come definito in precedenza. I pallini rossi indicano i picchi spettrali (outlier), definiti come i valori che superano del 70% la media locale dell'ampiezza spettrale in prima analisi. Il diagramma in trasparenza mostra i valori di soglia ricalcolati e le frecce evidenziano i picchi confermati da controllo più rigoroso.

Figure 12 FFT of the displacement vector magnitude and corresponding peaks. All peak values were extracted with a 70% threshold above the local average, as previously defined. Red dots indicate spectral peaks (outliers), initially defined as values exceeding the local spectral amplitude average by 70%. The semi-transparent plot shows the recalculated threshold values, while arrows highlight the peaks confirmed through a stricter control.

L'analisi dell'energia cinetica normalizzata mostra invece un numero maggiore di picchi, con frequenze quali [10, 25, 45, 60, 65, 75, 80, 85, 90, 95, 120, 130, 145, 160, 170] cicli/anno. Poiché l'energia è proporzionale alla somma dei quadrati delle velocità, essa enfatizza le componenti ad alta frequenza, rendendo più complessa l'interpretazione e meno diretta l'associazione tra picchi e fenomeni fisici reali. Anche in questo caso si è applicato un controllo con soglia locale, escludendo i picchi non significativi.

In generale, i picchi a bassa frequenza (es. 10 o 20 cicli/anno) possono essere associati a fenomeni stagionali, mentre quelli ad alta frequenza potrebbero riflettere vibrazioni rapide o rumore. Tuttavia, l'interpretazione dettagliata di tali componenti esula dagli obiettivi di questo lavoro e richiede cautela, poiché tali picchi indicano principalmente un'attività energetica distribuita nel tempo, più che un comportamento fisico specifico.

I metodi automatici per l'individuazione dei picchi da FFT risultano poco efficaci in presenza di dati rumorosi, soprattutto quando si lavora con serie originali non filtrate. Per questo motivo, si è ricorsi a un approccio articolato in due fasi: 1) individuazione preliminare dei picchi sulle FFT della serie originale; 2) controllo di coerenza volto a distinguere i picchi affidabili da quelli spuri. Il controllo è stato effettuato confrontando le FFT della serie originale con quelle ottenute da versioni pretrattate

mediante filtraggio con finestra mobile di ampiezza crescente (7, 15 e 31 giorni). Per ogni frequenza, è stata calcolata la differenza delle ampiezze e la deviazione standard locale all'interno di una finestra centrata sul picco, così da valutare la stabilità e la significatività della componente. I picchi individuati in via preliminare sono stati quindi confrontati con questo rumore locale, migliorando la distinzione tra oscillazioni reali e rumore numerico. In sostanza, l'utilizzo di filtri variabili ha permesso di catturare sia sistematicità sia fluttuazioni locali, fornendo una stima più precisa del rumore. Le evidenze riscontrate sono elencate come segue (vedi frecce nelle Figure 11-13): 1) serie Est: [5, 25, 40, 60, 105, 120] cicli/anno; 2) serie Est filtrata: [5, 15, 35] cicli/anno; 3) serie Nord: [7, 25, 80, 105, 120] cicli/anno; 4) serie Nord filtrata: [10] cicli/anno; 5) modulo spostamento: [5, 25, 65, 75, 90, 105] cicli/anno; 6) energia cinetica: [10, 25, 45, 60, 80] cicli/anno.

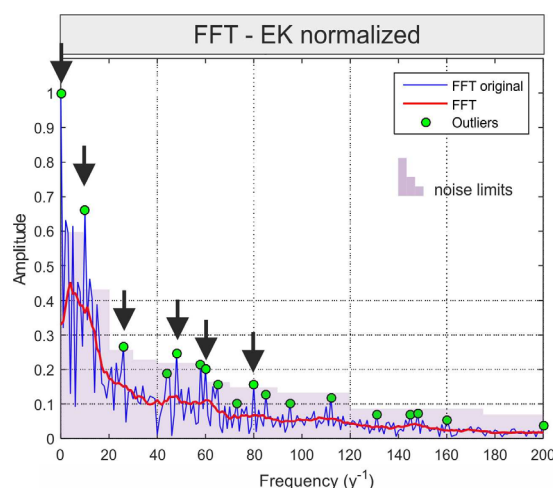


Figura 13 FFT dell'energia cinetica normalizzata EK. I pallini verdi indicano i picchi spettrali (outlier), definiti come i valori che superano del 70% la media locale dell'ampiezza spettrale in prima analisi. Il diagramma in trasparenza mostra i valori di soglia ricalcolati e le frecce evidenziano i picchi confermati da controllo più rigoroso.

Figure 13 FFT of the normalized kinetic energy (EK). Green dots indicate spectral peaks (outliers), initially defined as values exceeding the local spectral amplitude average by 70%. The semi-transparent plot shows the recalculated threshold values, while arrows highlight the peaks confirmed through a stricter control.

6. Gli spettrogrammi

Per completare l'analisi nel dominio della frequenza, è stato utilizzato lo spettrogramma, uno strumento che permette di osservare come il contenuto in frequenza di un segnale vari nel tempo. In ambiente MATLAB, lo spettrogramma si ottiene suddividendo la serie temporale in finestre temporali parzialmente sovrapposte, all'interno delle quali viene calcolata la trasformata di Fourier. Il risultato è una rappresentazione tridimensionale (tempo, frequenza, ampiezza) in cui è possibile visualizzare l'evoluzione temporale delle componenti spettrali. Questo approccio è particolarmente utile per identificare eventuali transitori o variazioni nel comportamento dinamico della struttura nel tempo.

In dettaglio, in MATLAB lo spettrogramma viene calcolato utilizzando la funzione *spectrogram*, alla quale si fornisce in input il segnale, la lunghezza della finestra di analisi, il numero di campioni di sovrapposizione tra le finestre e il numero di punti per la trasformata di Fourier. La scelta di questi parametri influenza la risoluzione temporale e quella in frequenza: finestre più corte offrono migliore risoluzione nel tempo ma minore in frequenza, e viceversa. Il risultato dell'elaborazione è una matrice bidimensionale i cui assi rappresentano tempo e frequenza, e in cui i valori indicano l'ampiezza (o la potenza) spettrale per ciascun intervallo. Per migliorarne la

leggibilità, i dati sono rappresentati con una mappa cromatica, spesso in scala logaritmica, che evidenzia l'intensità delle componenti spettrali nel tempo.

Nel caso specifico, il segnale è stato suddiviso in finestre di lunghezza 256 campioni, con un 50% di sovrapposizione tra le finestre adiacenti. La trasformata di Fourier è stata calcolata utilizzando 512 punti per la FFT. Questi parametri sono stati scelti per bilanciare la risoluzione temporale e quella in frequenza: la lunghezza della finestra di 256 campioni permette di ottenere una risoluzione adeguata nel tempo, mentre i 512 punti della FFT garantiscono una buona risoluzione nelle frequenze. Il risultato della trasformata è stato rappresentato su una mappa cromatica in scala logaritmica, per enfatizzare le componenti spettrali di maggiore intensità e facilitare l'identificazione delle variazioni frequenziali nel tempo. I risultati sono in Figura 14.

In aggiunta alla rappresentazione tridimensionale, sono stati creati anche spettrogrammi in due dimensioni. La visualizzazione 2D è particolarmente utile per ottenere una visione più compatta e immediata delle distribuzioni di frequenza nel tempo, permettendo di focalizzarsi su determinati intervalli temporali o frequenziali senza la complessità di una vista 3D. Gli spettrogrammi 2D presentano l'intensità spettrale come una mappa di colori lungo gli assi del tempo e della frequenza, offrendo un quadro chiaro delle componenti in gioco. I risultati ottenuti con gli spettrogrammi 2D e 3D sono mostrati nelle Figure 14 e 15, evidenziando la variazione delle frequenze nel tempo per le diverse serie di dati analizzate.

Come chiave interpretativa è necessario tenere presente che gli spettrogrammi presentati nelle seguenti figure permettono di visualizzare l'evoluzione delle componenti frequenziali nel tempo per le serie di dati analizzate. In particolare, l'analisi è focalizzata su come le frequenze dominanti e le oscillazioni variano lungo le direzioni Est e Nord. Nel caso delle serie smussate (finestra di 30 giorni), l'effetto dello smussamento dovrebbe portare a una rappresentazione più regolare delle oscillazioni, attenuando il rumore ad alta frequenza e mettendo in evidenza eventuali tendenze periodiche o cicliche. Ricordando anche che le alte frequenze sono portatrici del rumore delle misure quindi affette da "sporcature" di varia natura per via dei valori stessi di frequenza e delle ampiezze generalmente contenute.

1. Osservazione di frequenze dominanti con componenti stabili e evoluzione nel tempo. La presenza di onde regolari potrebbe suggerire vibrazioni strutturali cicliche (oscillazioni).
2. Variazione nel tempo: le variazioni dei profili temporali delle frequenze possono indicare cambiamenti nel comportamento dinamico della struttura, legati a fenomeni esterni o intrinseci al sistema.
3. Smussamento e attenuazione: il processo di smussamento delle serie di dati riduce le fluttuazioni rapide e rende le oscillazioni più evidenti. Sono attese forme d'onda più rispetto ai dati originali.
4. Confronto tra le direzioni Est e Nord: il confronto tra queste componenti permette di capire la tipicità dei movimenti lungo i due assi e se i comportamenti siano simili o distinti, nello spazio e nel tempo.

Gli spettrogrammi forniscono una panoramica del comportamento dinamico della struttura nel tempo, evidenziando le caratteristiche frequenziali principali in relazione agli spostamenti Est e Nord, offrendo una visione compatta e completa delle analisi di frequenza. Le figure che seguono illustrano queste osservazioni sia in formato tridimensionale (Figura 14) che bidimensionale (Figura 15).

È immediato notare la marcata differenza tra i risultati delle serie intere e di quelle a bassa frequenza, smussate con una finestra mobile (con un'ampiezza di 30 giorni). In tutti i casi si osserva una zona di ampiezza significativa nelle basse frequenze, che domina il resto della superficie spettrografica. Dallo spettro completo dei dati originali si nota una forte irregolarità, mentre i dati smussati dalle alte frequenze consentono di osservare oscillazioni nette, rappresentative di variazioni più lente e di carattere stagionale. Nonostante le differenze nei

valori relativi delle ampiezze tra le diverse serie, i dati smussati mostrano comportamenti simili nel dominio delle frequenze. Questi non sono identici, ma simili, come già le analisi di correlazione avevano parzialmente suggerito. Sulle variazioni più veloci, cioè sulle ciclicità delle fluttuazioni rapide, invece, emerge una certa eterogeneità in queste visioni d'insieme.

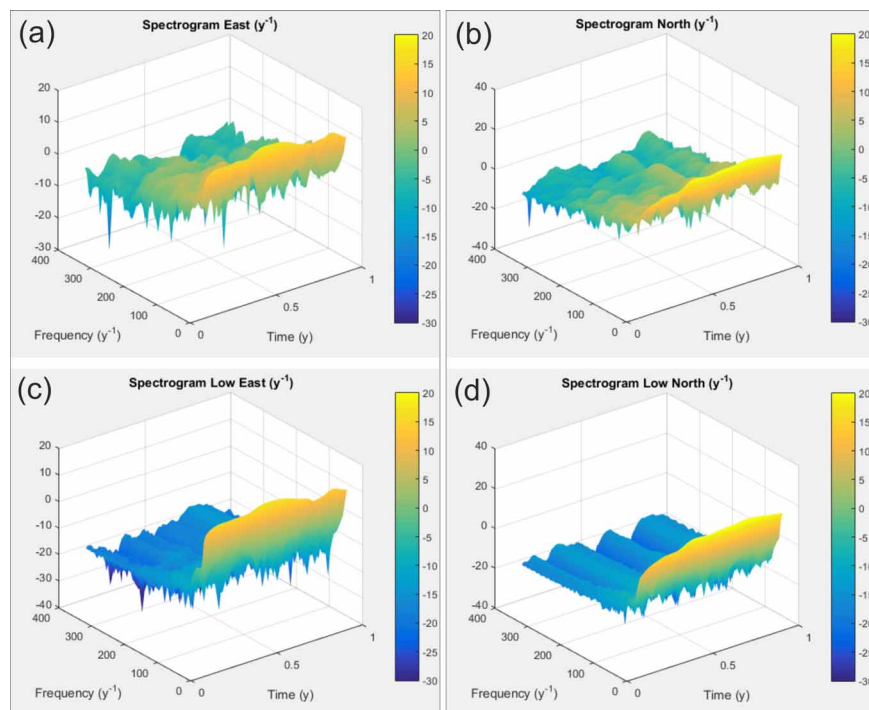


Figura 14 Spettrogrammi 3D. **a)** Serie temporale Est. **b)** Serie temporale Nord. **c)** Serie temporale Est LOW (smussata con finestra 30 giorni). **d)** Serie temporale Nord LOW (smussata con finestra temporale 30 giorni).

Figure 14 3D Spectrograms. a) East time series. b) North time series. c) East LOW time series (smoothed with a 30-day window). d) North LOW time series (smoothed with a 30-day window).

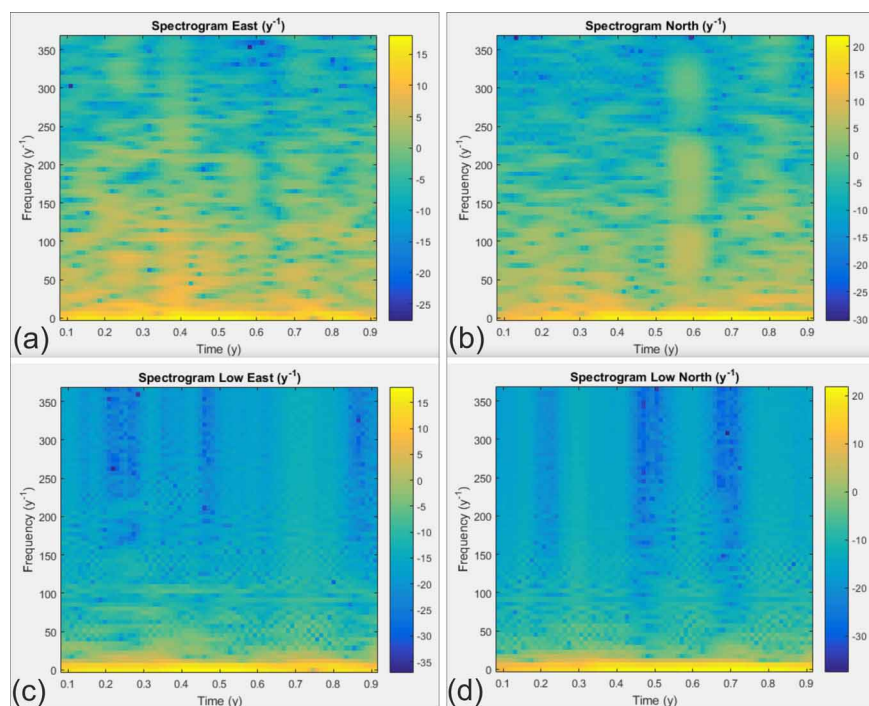


Figura 15 Spettrogrammi 2D. **a)** Serie temporale Est. **b)** Serie temporale Nord. **c)** Serie temporale Est LOW (smussata con finestra 30 giorni). **d)** Serie temporale Nord LOW (smussata con finestra temporale 30 giorni).

Figure 15 2D Spectrograms. a) East time series. b) North time series. c) East LOW time series (smoothed with a 30-day window). d) North LOW time series (smoothed with a 30-day window).

7. Discussione e conclusioni

Questo studio intende fornire un contributo concreto alla conoscenza del comportamento dinamico di un importante monumento storico, oggetto di attenzione negli ultimi anni da parte

del Comune di Bologna per possibili problemi di stabilità. La digitalizzazione dei dati raccolti nel 1904 dal professor Francesco Cavani, incaricato all'epoca di monitorare la torre, ha permesso di effettuare un'analisi sia nel dominio temporale che in quello delle frequenze, con l'obiettivo di descrivere le caratteristiche del movimento della struttura a oltre 120 anni di distanza. Pur consapevoli che i dati derivino da una ricostruzione grafica delle osservazioni originali e possano quindi contenere rumore e imprecisioni legate alla digitalizzazione, si è ottenuta una serie regolare di 730 punti distribuiti su un intero anno solare. Le misure, relative agli spostamenti verso Est e Nord della sommità della torre, fanno riferimento al sistema a filo a piombo collegato alla parete Sud (angolo Sud-Ovest), identificata in analisi storiche come zona particolarmente sensibile a deformazioni.

Le analisi finora svolte, sia nel dominio temporale che in quello spettrale, avevano innanzitutto l'obiettivo di verificare la disponibilità e la qualità utilizzabile dei dati storici, nonostante la presenza di errori e incertezze. Un primo risultato evidenzia la significativa rumorosità delle serie, già riscontrata nelle analisi FFT. Per facilitare l'interpretazione, è stata applicata una procedura automatica per la selezione dei picchi spettrali, combinata con tecniche di filtraggio volte a ridurre le componenti non significative.

Il processo di scansione e digitalizzazione introduce inevitabilmente errori sia nella scala temporale (asse x) sia in quella degli spostamenti (asse y). In particolare, l'uso di una scala amplificata 20:1 amplifica le imprecisioni visive, come lo spessore della penna a china usata nel grafico originale. La risoluzione temporale di 1 giorno per millimetro può inoltre generare errori sistematici, soprattutto nelle alte frequenze. È stata stimata, in via preliminare, un'incertezza sugli spostamenti dell'ordine di ± 0.1 mm e una incertezza temporale intorno a ± 0.5 giorni. Mentre l'errore temporale ha un impatto trascurabile sulle componenti a bassa frequenza, l'incertezza spaziale può condizionare significativamente l'identificazione delle frequenze più alte. Per questo motivo, l'adozione di filtri e tecniche di soglia locale si è rivelata fondamentale per ridurre i falsi positivi e migliorare la qualità dell'analisi.

Se da un lato le serie FFT risultano complesse da interpretare a causa della presenza di rumore e frequenze multiple, dall'altro le analisi nel dominio temporale permettono di caratterizzare in modo soddisfacente il comportamento della torre. In particolare, gli andamenti degli spostamenti, seppur variabili, mostrano a tratti correlazioni; le tracce planimetriche evidenziano chiusure, ossia momenti in cui il percorso si interseca con sé stesso, e periodi in cui la torre tende a tornare alla posizione iniziale; le velocità, e soprattutto il loro rapporto, mostrano una tendenza ritmica nel divergere; l'energia cinetica normalizzata presenta valori significativi in intervalli di circa 0.1 anni, poco più di un mese. Le ampiezze delle serie, che si tratti di spostamenti, velocità o energia, sono inevitabilmente influenzate dalle condizioni ambientali. Nella relazione originale di Cavani è descritto che il metodo di osservazione includeva anche la raccolta di informazioni fondamentali quali temperatura, copertura nuvolosa, presenza di vento e altri fattori ambientali che potevano influenzare la risposta della torre giorno per giorno. Tuttavia, la raccolta e l'elaborazione di tali dati sono ancora in corso e al momento non è stato possibile effettuare correlazioni con l'ambiente circostante, nemmeno a scopo divulgativo.

Attualmente è in fase di sviluppo un software open-source scritto in ambiente Python, volto ad automatizzare il processo di digitalizzazione di grafici storici. Il progetto mira a fornire uno strumento flessibile, trasparente e adattabile a diversi casi studio, riducendo i tempi delle operazioni manuali e mantenendo alta la qualità dei dati estratti. Il software offrirà un'interfaccia intuitiva con strumenti di correzione manuale, una documentazione completa e interoperabilità con altri strumenti di analisi. Una volta disponibile una versione stabile, sarà avviato uno studio sistematico sugli errori di digitalizzazione, effettuando test su dataset eterogenei ottenuti da funzioni analitiche. L'obiettivo finale è creare strumenti utili alla conservazione e all'analisi di dati storici tecnici, permettendo una reinterpretazione moderna delle misure del passato e favorendo replicabilità, trasparenza e condivisione nella comunità scientifica. In particolare,

saranno esaminati: 1) errori grafici del disegnatore originale; 2) tolleranze e deformazioni della scala grafica; 3) deterioramenti fisici del supporto cartaceo; 4) distorsioni da scansione; 5) limiti e bias introdotti dall'algoritmo automatico.

Ringraziamenti

Un sentito ringraziamento alla dott.ssa Emanuela Guidoboni per la generosa condivisione del materiale cartaceo storico e per l'ampia documentazione fornita sulle Due Torri di Bologna, che ha rappresentato la base imprescindibile per l'avvio di questo lavoro.

Bibliografia

- Aiello E., Bellini A., Capponi G., Di Tommaso A., Gottardi G., Lagomarsino S., Lancellotta R., Lugli S., Trombetti T., (2023). *Relazione tecnica del Comitato Tecnico Scientifico per il consolidamento della Torre Garisenda (come da richiesta dell'ill.mo Sindaco del 23 ottobre 2023)*. https://static.gedidigital.it/repubblica/pdf/2023/locali/bologna/relazione_tecnica_finale_cts_151123.pdf (consultato il 19 giugno 2025).
- Baraccani S., Azzara M.R., Palermo M., Gasparini G., Trombetti T., (2020). *Long-term seismometric monitoring of the two towers of Bologna (Italy): modal frequencies identification and effects due to traffic induced vibrations*. *Frontiers in Built Environment*, 6, 85. <https://doi.org/10.3389/fbuil.2020.00085>
- Bertolini I., Marchi M., Gottardi G., (2023). *Learning from a well documented geotechnical cold case: The Two Towers of Bologna, Italy*. *International Journal of Architectural Heritage*, 17(10), 1607-1629. <https://doi.org/10.1080/15583058.2022.2057828>
- Burland J., Jamiolkowski M., Viggiani C., (2020). *Leaning Tower of Pisa: Behaviour after stabilization operations*. *Géotechnique*, 70(6), 489-507.
- Casolino G., (2024). *Analisi dello stato deformativo e tensionale della torre Garisenda a Bologna*. Tesi di laurea in Scienze dell'Architettura (Relatore: R. Nudo; Correlatore: M. Tanganelli). Università degli Studi di Firenze, Scuola di Architettura.
- Cavani F., (1903). *Pendenza, stabilità e movimenti delle Torri Garisenda e Ghirlandina*. Collegio degli Ingegneri e Architetti di Bologna, Bologna.
- Cavani F., (1910). *Movimenti della sommità rispetto alla base nella torre Garisenda di Bologna*. Memoria letta nella seduta del 22 maggio 1910. Collegio degli Ingegneri e Architetti di Bologna, Bologna (con tavola).
- Cavani F., (1917). *Sulla pendenza delle principali torri di Bologna, Modena e Pisa*. Collegio degli Ingegneri e Architetti di Bologna, Bologna.
- Cavani F., (1919). *Su alcune questioni relative alla pendenza delle torri*. Collegio degli Ingegneri e Architetti di Bologna, Bologna.
- Marchi M., Bertolini I., Govoni L., Tonni L., Gottardi G., Mastrangelo A., (2017). *Indagine geotecnica sulle fondazioni delle due torri a Bologna*. In: *Atti del XXVI Convegno Nazionale di Geotecnica – La geotecnica nella conservazione e tutela del patrimonio costruito*, Roma, 20-22 giugno 2017.
- Giordano F., (2000). *La torre Garisenda*. Fondazione del Monte di Bologna e Ravenna, Costa Editore, Bologna, pp. 1-207.
- Lancellotta R., Viggiani C., Flora A., de Silva F. e Mele L. (a cura di), (2022). *Geotechnical Engineering for the Preservation of Monuments and Historic Sites III*. CRC Press, London, pp. 1-1238. <https://doi.org/10.1201/9781003308867>
- Pesci A., Teza G., Loddo F., Rossetti A., Gambuzzi I., Gambuzzi A., (2024). *The role of remote sensing*

to enlarge knowledge on health state of a historical building hit by earthquake: The case of Garisenda leaning tower (Bologna). *Annals of Geophysics*, 67(5), S550. <https://doi.org/10.4401/ag-9119>

Pesci A., Teza G., Loddo F., Rossetti A., Gambuzzi I., Gambuzzi A., (2025). *Deformation and geometric change of Garisenda Tower (2010–2023): Temporal variations and possible driving factors*. *Annals of Geophysics*, 68(2). <https://doi.org/10.4401/ag-9268>

Riva P., Perotti F., Guidoboni E., Boschi E., (1998). *Seismic analysis of the Asinelli Tower and earthquakes in Bologna*. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 17, pp. 525–550. [https://doi.org/10.1016/S0267-7261\(98\)00009-8](https://doi.org/10.1016/S0267-7261(98)00009-8)

Sitografia

[1] <https://archeomapplab.it>

[2] <https://gna.cultura.gov.it>

[3] <https://www.openhistoricalmap.org>

[4] <https://researchportal.port.ac.uk/en>

[5] <https://emidius.mi.ingv.it/ASMI>

[6] <https://emidius.mi.ingv.it/CPTI15-DBMI15>

[7] http://www.nextgeosolutions.com/_assets/media/case-studies/bologna-en.pdf

[8] http://www.tecnoinmonitoraggi.it/cms_dati.htm

QUADERNI di GEOFISICA

ISSN 1590-2595

<http://istituto.ingv.it/le-collane-editoriali-ingv/quaderni-di-geofisica.html/>

I QUADERNI DI GEOFISICA (QUAD. GEOFIS.) accolgono lavori, sia in italiano che in inglese, che diano particolare risalto alla pubblicazione di dati, misure, osservazioni e loro elaborazioni anche preliminari che necessitano di rapida diffusione nella comunità scientifica nazionale ed internazionale. Per questo scopo la pubblicazione on-line è particolarmente utile e fornisce accesso immediato a tutti i possibili utenti. Un Editorial Board multidisciplinare ed un accurato processo di peer-review garantiscono i requisiti di qualità per la pubblicazione dei contributi. I QUADERNI DI GEOFISICA sono presenti in "Emerging Sources Citation Index" di Clarivate Analytics, e in "Open Access Journals" di Scopus.

QUADERNI DI GEOFISICA (QUAD. GEOFIS.) welcome contributions, in Italian and/or in English, with special emphasis on preliminary elaborations of data, measures, and observations that need rapid and widespread diffusion in the scientific community. The on-line publication is particularly useful for this purpose, and a multidisciplinary Editorial Board with an accurate peer-review process provides the quality standard for the publication of the manuscripts. QUADERNI DI GEOFISICA are present in "Emerging Sources Citation Index" of Clarivate Analytics, and in "Open Access Journals" of Scopus.

RAPPORTI TECNICI INGV

ISSN 2039-7941

<http://istituto.ingv.it/le-collane-editoriali-ingv/rapporti-tecnici-ingv.html/>

I RAPPORTI TECNICI INGV (RAPP. TEC. INGV) pubblicano contributi, sia in italiano che in inglese, di tipo tecnologico come manuali, software, applicazioni ed innovazioni di strumentazioni, tecniche di raccolta dati di rilevante interesse tecnico-scientifico. I RAPPORTI TECNICI INGV sono pubblicati esclusivamente on-line per garantire agli autori rapidità di diffusione e agli utenti accesso immediato ai dati pubblicati. Un Editorial Board multidisciplinare ed un accurato processo di peer-review garantiscono i requisiti di qualità per la pubblicazione dei contributi.

RAPPORTI TECNICI INGV (RAPP. TEC. INGV) publish technological contributions (in Italian and/or in English) such as manuals, software, applications and implementations of instruments, and techniques of data collection. RAPPORTI TECNICI INGV are published online to guarantee celerity of diffusion and a prompt access to published data. A multidisciplinary Editorial Board and an accurate peer-review process provide the quality standard for the publication of the contributions.

MISCELLANEA INGV

ISSN 2039-6651

http://istituto.ingv.it/le-collane-editoriali-ingv/miscellanea-ingv.html

MISCELLANEA INGV (MISC. INGV) favorisce la pubblicazione di contributi scientifici riguardanti le attività svolte dall'INGV. In particolare, MISCELLANEA INGV raccoglie reports di progetti scientifici, proceedings di convegni, manuali, monografie di rilevante interesse, raccolte di articoli, ecc. La pubblicazione è esclusivamente on-line, completamente gratuita e garantisce tempi rapidi e grande diffusione sul web. L'Editorial Board INGV, grazie al suo carattere multidisciplinare, assicura i requisiti di qualità per la pubblicazione dei contributi sottomessi.

MISCELLANEA INGV (MISC. INGV) favours the publication of scientific contributions regarding the main activities carried out at INGV. In particular, MISCELLANEA INGV gathers reports of scientific projects, proceedings of meetings, manuals, relevant monographs, collections of articles etc. The journal is published online to guarantee celerity of diffusion on the internet. A multidisciplinary Editorial Board and an accurate peer-review process provide the quality standard for the publication of the contributions.

Progetto grafico
Barbara ANGIONI
Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia

Ufficio Editoriale
Francesca DI STEFANO | Coordinatore

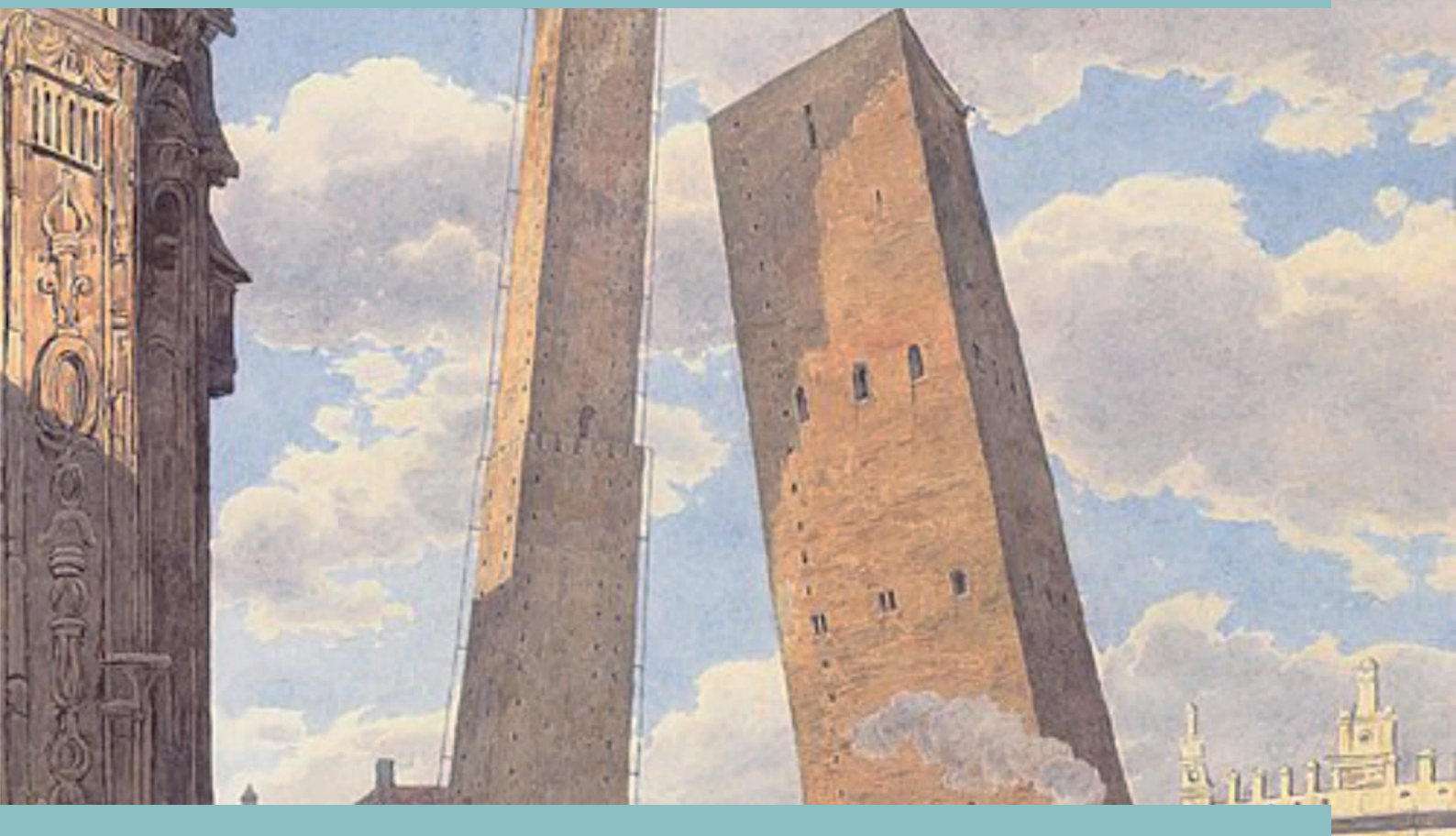
Segreteria di redazione
segreteria.collane-editoriali@ingv.it

Editing | Produzione | Grafica redazionale
Barbara ANGIONI
Massimiliano CASONE
Francesca DI STEFANO
Patrizia PANTANI

© 2025 the Author(s). All rights reserved. Open Access



Creative Commons Attribution 4.0 International



ISTITUTO NAZIONALE DI GEOFISICA E VULCANOLOGIA