

Formazione, diffusione e distribuzione del percolato: modelli matematici integrati del progetto SIGLOD

Quaderni di Geofisica



Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia

Quaderni di Geofisica

Direttore Responsabile Stefano Gresta

Editorial Board

Luigi Cucci - Editor in Chief (INGV - RM1) Andrea Tertulliani (INGV - RM1) Nicola Pagliuca (INGV - RM1) Umberto Sciacca (INGV - RM2) Alessandro Settimi (INGV - RM2) Aldo Winkler (INGV - RM2) Salvatore Stramondo (INGV - CNT) Milena Moretti (INGV - CNT) Gaetano Zonno (INGV - MI) Viviana Castelli (INGV - BO) Antonio Guarnieri (INGV - BO) Mario Castellano (INGV - NA) Mauro Di Vito (INGV - NA) Raffaele Azzaro (INGV - CT) Rosa Anna Corsaro (INGV - CT) Mario Mattia (INGV - CT) Marcello Liotta (INGV - PA)

Segreteria di Redazione

Francesca Di Stefano - Referente Rossella Celi Tel. +39 06 51860068 redazionecen@ingv.it

in collaborazione con: Barbara Angioni (RM1)



REGISTRAZIONE AL TRIBUNALE DI ROMA N.174 | 2014, 23 LUGLIO © 2014 INGV Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia Sede legale: Via di Vigna Murata, 605 | Roma



Formazione, diffusione e distribuzione del percolato: modelli matematici integrati del progetto SIGLOD

Formation, diffusion and distribution of leachate: integrated mathematical models of SIGLOD project

Fabio Bianchi¹, Massimo Chiappini², Raffaele Giordano¹

¹CRATI (Consorzio per la Ricerca e le Applicazioni di Tecnologie Innovative, Rende (CS) - Italia)
 ²INGV (Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia, Sezione di Geomagnetismo, Aeronomia e Geofisica Ambientale)

Formazione, diffusione e distribuzione del percolato: modelli matematici integrati del progetto SIGLOD

uesto lavoro, effettuato nell'ambito del progetto PON SIGLOD, riguarda lo sviluppo di modelli matematici di formazione, diffusione e distribuzione del percolato nelle grandi discariche, prese in considerazione in questo progetto. Recentemente la simulazione attraverso modelli matematici di alcuni processi inerenti sia la formazione che la diffusione dei materiali inquinanti hanno trovato una rilevante utilità per tutti gli operatori di questo settore, in quanto capaci di rappresentare gli scenari e dare essenziali informazioni ai "sistemi esperti" che sovraintendono al controllo e alla gestione di queste strutture.

I modelli qui implementati hanno fornito risultati che saranno di supporto alla pianificazione e alle future attività di gestione delle discariche. La loro definizione iniziale è stata piuttosto lunga, poiché si sono affrontate tematiche concernenti fenomeni fisici e chimici con le relative formulazioni analitiche. Questi fenomeni sono stati schematizzati e tradotti in modelli numerici oggetto di questo lavoro. Con tali modelli, si sono previsti i quantitativi delle sostanze che si formano dalla degradazione della frazione organica del materiale per avere una stima delle quantità di percolato ed una corretta pianificazione nella gestione della discarica. Sono state modellate la diffusione del percolato nel tempo alle varie profondità e la distribuzione spaziale per valutare e mitigare l'impatto nell'ambiente. La formulazione numerico-analitica è stata implementata principalmente in MATLAB e MATHCAD. In questo lavoro, sono stati riportati i risultati delle simulazioni del processo di formazione di diffusione e distribuzione spaziale del percolato in alcune particolari condizioni prese in esame.

his work, carried out under the project PON SIGLOD, deals with the development of mathematical models of formation, diffusion and distribution of leachate in large landfills, considered in this project. Recently simulation through mathematical models of some processes concerning both the formation and diffusion of pollutants found a significant benefit to all operators in this sector, because they are able to represent the scenarios and give essential information to "expert systems" that oversee the control and management of these facilities.

The models here implemented have provided results that will support the planning and future management of landfills activities. Their initial definition was rather long, since issues relating to physical and chemical phenomena have been addressed with their analytical formulations. These phenomena have been summarized and translated into numerical models object of this work. By these models, the quantities of the substances that are formed by the degradation of the organic fraction of the material have been foreseen to have a first estimate of the leachate quantity for the proper planning of the landfill management. The spread of leachate over time at various depths and spatial distribution, to assess and mitigate the impact in the environment, have been modeled. The analytical-numerical formulation has been implemented mainly in MATLAB and MATHCAD. In this work, the results of simulations of formation, diffusion and spatial distribution process of the leachate have been reported in some particular examined conditions.

Introduzione

Il percolato è la miscela d'acqua penetrata per infiltrazione o direttamente nella discarica che contiene in soluzione i prodotti decomposti dei rifiuti solidi. La frazione liquida del materiale degradato, insieme alla frazione gassosa, si forma dai rifiuti organici attraverso complessi processi di decomposizione delle sostanze organiche. Tali processi di decomposizione avvengono ad opera dei batteri aerobici ed anaerobici, presenti nelle discariche, e portano alla produzione di percolato e biogas. La frazione gassosa, una volta recuperata tramite pozzi di captazione, è facilmente utilizzabile come combustibile; ma tale aspetto non è trattato nell'ambito di questo studio. La diffusione di biogas nell'ambiente andrebbe evitata poiché essa contribuirebbe complessivamente anche all'effetto serra. Il percolato, la cui diffusione nell'ambiente circostante sarebbe causa d'inquinamento del suolo, delle acque superficiali e sotterranee, presenta invece alcune criticità che saranno evidenziate dai modelli analitici e numerici qui proposti. Uno degli schemi cui ci si può riferire riguarda quello elaborato nel modello HELP [Schroeder et al., 1994]. Esso individua tre strati, o sub-profili, dove si hanno apporti o perdite di percolato e dove avvengono reazioni biochimiche, come schematizzato in figura I.1.

Tale schema evidenzia bene la complessità dei processi biologici, idrologici, fisici e chimici con i relativi scambi in funzione del tempo [Pantini et al., 2014]. Il primo sub-profilo individuabile in alto nella figura I.1 è all'interfaccia diretta con l'atmosfera. Il secondo sub-profilo contiene la massa solida dei rifiuti la cui frazione degradabile si trasforma nel tempo [Zacharof and Butler, 2004].

Il primo sub-profilo individuabile in alto nella figura I.1 è all'interfaccia diretta con l'atmosfera. Esso viene in genere protetto per evitare quanto più possibile l'esposizione diretta alle precipitazioni che inevitabilmente si trasformerebbero in percolato, dove hanno sede fenomeni di evaporazionetraspirazione anche ad opera di vegetazione sopra la discarica e di ruscellamento superficiale. Il secondo sub-profilo contiene la massa solida dei rifiuti la cui frazione degradabile si trasforma nel tempo [Zacharof and Butler, 2004]. È nel secondo sub-profilo che avviene il complesso di reazioni biochimiche principalmente a causa dei batteri anaerobici, mentre i processi di decomposizione aerobica sono meno importanti nella produzione di percolato. All'interno di questo sub-profilo, assimilabile a un bioreattore, vi è la massa solida degradabile secondo una serie di reazioni che partendo dall'idrolisi del materiale arriva alla formazione di acidi organici e acido acetico, quindi alla formazione del percolato e del biogas. È evidente che nel percolato entrano in soluzione varie altre sostanze con le relative concentrazioni dipendenti dalla frazione minerale del materiale depositato nella discarica. Quest'ultimo tema non sarà trattato in questo lavoro in quanto sarà riservato ad altri studi nell'ambito del progetto SIGLOD. Il terzo sub-profilo è sede di drenaggi laterali di percolato raccolto sul fondo della discarica. Una barriera impermeabile impedisce la diffusione verso il suolo,



Figura I.1 Schema del modello HELP sviluppato dall'EPA. Si individuano tre sub-profili aventi peculiari funzioni rispetto all'idrologia della discarica.

Figure 1.1 Scheme of HELP model developed by the EPA. There are three sub-profiles with special functions regarding hydrology of the landfill.



evitando la contaminazione delle falde sotterranee, mentre consente la canalizzazione sul fondo, raccogliendo il percolato in eccesso.

Nell'ambito del progetto SIGLOD, la modellistica numerica ed integrata della formazione assieme alla diffusione e valutazione della distribuzione spaziale del percolato sono di fondamentale importanza per tre principali ragioni che riguardano la previsione del carico inquinante, la sua diffusione verso il sottosuolo e la distribuzione anche a seguito di sversamento, perdite incidentali ecc..

Per ciò che concerne il primo aspetto, al fine di prevedere il quantitativo di percolato che si forma dalla frazione di massa totale dei rifiuti che vengono conferiti in discarica, è stato sviluppato un modello numerico/analitico volto a determinare la quantità di materiale degradabile che, a partire dal tempo iniziale t_0 , calcola la quantità effettiva di materiale che si forma al tempo *t*. Esso si colloca al livello del secondo subprofilo della figura I.1. Questo rappresenta il primo passo da effettuare, quando si vuole procedere a fornire i parametri iniziali a un "sistema esperto" o a un "motore inferenziale" che sovraintendono al controllo e alla gestione delle grandi discariche.

Un secondo aspetto riguarda la diffusione del percolato nel sottosuolo. Essa è dipendente fortemente dal mezzo attraverso cui il percolato si potrebbe diffondere (leachage) in caso di rottura della barriera a contatto con il suolo, come indicato nel terzo sub-profilo del modello HELP illustrato in figura I.1. Questo modello, partendo da condizioni iniziali note, stabilisce la profondità in funzione del tempo raggiunta dal percolato in termini percentuali. Nel caso mono-dimensionale tale processo è governato da un'equazione di diffusione, piuttosto nota in letteratura (equazione di Richards [1931]), che però non ha una soluzione analitica poiché alcuni coefficienti sono funzione della variabile dipendente che si vuole determinare [van Genuchten, 1980]. Nel caso si debbano considerare anche gradienti orizzontali, bisogna ricorrere a un modello 3D operando con un laplaciano per calcolare anche la diffusione orizzontale. La simmetria del problema e l'invarianza di alcuni parametri lungo il piano x-y, e nei casi in cui il mezzo sia a stratificazione piana oppure omogeneo, consentono di operare solo con il modello 1D, cioè lungo z, che è quello più diffuso nella letteratura in questo settore.

Infine, verrà trattato il modello di interpolazione spaziale per la valutazione dei valori in punti ed aree non coperte da misure dirette. Il modello trova un utile impiego in caso di perdita di percolato nelle discariche per stimare l'effettiva area o volume investito dal carico inquinante. In quest'ultimo modello numerico sono stati considerati sia modelli deterministici d'interpolazione che modelli statistici. I tre modelli (formazione, diffusione ed interpolazione) pertanto costituiscono un sistema integrato volto alla determinazione dei parametri d'ingresso di sistemi di controllo e gestionali della discariche, nonché alla mitigazione del rischio, in caso di evento imprevisto di fenomeni meteorologici, di rottura degli impianti e delle strutture di confinamento della stessa discarica. I risultati delle simulazioni di questi tre modelli sono riportati rispettivamente nelle tre appendici.

1. Modello analitico e numerico sulla formazione del percolato

Da un punto di vista generale, il percolato e il biogas si generano dai processi di fermentazione anaerobici attraverso una serie di reazioni biochimiche i cui dettagli esulano da questo lavoro che invece tratta complessivamente il processo di degradazione. Pertanto, a prescindere dalle reazioni biochimiche che vanno viste in un differente aspetto, il modello impiegato nel presente lavoro si basa sull'assegnazione di costanti di decadimento, in maniera analoga a tanti processi chimici, biologici e di fisica atomica. Infatti, prendendo spunto da alcuni di questi fenomeni, si può impostare analiticamente il problema che risulta con buona approssimazione governato da una serie di equazioni differenziali a variabili separabili. Tali equazioni a titolo d'esempio descrivono bene sia il decadimento radioattivo che l'andamento nel tempo della concentrazione di zucchero smaltito dai batteri. Data una quantità di materiale degradabile, cioè che può trasformarsi in fluido o biogas, allo scopo di determinare in termini quantitativi il processo di produzione, s'imposta un'equazione del tipo sopra descritto. Se D è la frazione di materiale effettivamente degradabile in funzione del tempo t, la produzione di percolato segue la legge:

$$\frac{dD}{dt} = -kD, \qquad (1.1)$$

dove k è una costante di proporzionalità, che dipende dal tipo di materiale considerato ma non da altri parametri fisico-chimici, quali ad esempio la temperatura, pressione e soprattutto la concentrazione di ossigeno. La relazione (1.1), equazione differenziale generica, risolta per una particolare sostanza *s*, con D_0 quantità iniziale della sostanza considerata, fornisce:

$$D = D_0 e^{-k_s t}.$$
 (1.2)

Tale relazione effettivamente stabilisce come varia nel tempo la quantità di materiale D=D(t) a partire dalla quantità iniziale D_0 espressa in kg, mentre k_s si riferisce alla particolare sostanza s considerata ed ha dimensioni [s⁻¹]. L'equazione differenziale che regola questi processi parte quindi dalla (1.1), la quale viene risolta con la condizione iniziale. Se non si aggiungesse nel tempo altra massa degradabile, la relazione sopra descritta rappresenterebbe pienamente la produzione del percolato. Essa non contiene né i termini di perdita, né eventuali cambiamenti di massa che si



aggiungono nel tempo per altre cause. La relazione (1.1) è la base di partenza per calcolare l'ammontare del decadimento di massa degradabile a partire dalla condizione iniziale D_0 . La formazione di percolato, gas e quantità di sostanze inquinanti *S* che si producono nel tempo sono date da relazioni che si differenziano solo al variare di k_c :

$$S = D - D_0 e^{-\kappa_s t}.$$
 (1.3)

Per ciò che concerne solo la formazione di percolato ${\cal P}$ (la frazione liquida del materiale degradato), raggruppando

tutti i processi delle varie componenti s in un costante complessiva k_n , si ha:

$$P = D_0 (1 - e^{-k_p t}), \tag{1.4}$$

con P espresso in kg.

Se la quantità di rifiuti che si accumulano nel tempo viene specificata (in casi reali tonnellate annue, t/anno, come individuato nell'ambito del progetto SIGLOD) allora alla quantità *P* espressa dalla (1.4) va aggiunto il percolato di nuova for-



Figura 1.1 Diagramma di flusso del modello che considera sia la componente di percolato che deriva dalla fermentazione anaerobica del materiale organico (in rosso) sia eventuali aggiunte e perdite periodiche di liquido considerate non inquinanti. La produzione e la perdita di biogas seguono in grandi linee la stessa legge.

Figure 1.1 Flowchart of the model that considers both the component of leachate that comes from the anaerobic fermentation of organic material (in red) and any additions and not considered pollutants periodic losses of liquid. The production and loss of biogas broadly follow the same law.



mazione. Se una quantità D_1 viene depositata dopo un periodo di tempo τ , allora la relazione (1.4) può essere generalizzata per tempit successivi a τ , assumendo la seguente forma:

$$P_1(t > \tau) = D_0(1 - e^{-k_p t}) + D_1(1 - e^{-k_p(t-\tau)}), \qquad (1.5)$$

dove P_1 è il percolato che si forma al tempo $t > \tau$. Estrapolando per tempi successivi a 2τ , avremo:

$$P_{1}(t > 2\tau) = D_{0}(1 - e^{-k_{p}t}) + D_{1}(1 - e^{-k_{p}(t-\tau)}) + D_{2}(1 - e^{-k_{p}(t-2\tau)}), (1.6)$$

per $t > 2\tau$. Mentre, per tempi $t > n\tau$, varrà la seguente:

$$P_n(t > n\tau) = \sum_{i=0}^n D_i (1 - e^{-k_p(t - i\tau)}).$$
(1.7)

La relazione (1.7) non tiene conto di altri apporti, come ad esempio le precipitazioni che contribuiscono a un aumento complessivo del volume di percolato, senza incrementare il carico "inquinante", diluendo effettivamente la concentrazione di tale carico. Pertanto bisogna ricorrere a un modello che includa anche i suddetti termini. Il diagramma a blocchi che segue rappresenta anche apporti w (*water*) dovuti alle precipitazioni e perdite l dovute a evaporazione, traspirazione ed altre cause. Lo schema a blocchi in figura 1.1 include i termini aggiuntivi di liquido non inquinante e le perdite di liquido (sostanzialmente acqua).

È evidente che un modello si avvicina tanto più alla realtà quanto più le costanti di decadimento k_e delle differenti sostanze (nel nostro caso una sola costante k) si avvicinano ai valori reali. Tali valori si possono reperire in letteratura, ma qui è stato utilizzato un metodo empirico basato sul tempo di vita di una discarica prima che divenga totalmente inerte. Tale tempo di vita, nelle condizioni medie in cui opera il progetto, è all'incirca di 30 anni. Questo dato è confermato anche dall'esaurimento totale della produzione di biogas, principalmente metano, come nello schema di figura 1.2. Ciò posto, nella relazione (1.1) del programma matematico, descritto di seguito, per scegliere tale costante vi è stato assegnato iterativamente un valore crescente fino a raggiungere il completo esaurimento del materiale empiricamente fissato in 30 anni. Il ciclo iterativo ha fornito il valore di 0.0008 [1/s]. Il programma corrispondente è stato implementato in MATHCAD come descritto in Appendice 1.

2. Modello analitico e numerico sulla diffusione del percolato

La diffusione del percolato in prossimità, ma soprattutto sotto le discariche, è un problema di enorme rilevanza di cui gli operatori del settore ed i legislatori devono tenere conto. Da un punto di vista tecnico-ingegneristico, il problema è stato affrontato dalle prime decadi del secolo scorso ma la





legge che governa questi fenomeni fu formulata da Henry Darcy nel 1856. Nel sistema SI, la legge di Darcy [1856] si esprime:

$$Q = \frac{k}{\mu} A \frac{P_{\rm a} - P_{\rm b}}{L},\tag{2.1}$$



dove $Q \text{ [m}^3/\text{s]}$ è la portata, $A \text{ [m}^2\text{]}$ è la sezione, k in *Darcy* ovvero [m²] è la permeabilità, μ in *Poiseuille* ovvero [kg/m·s, Pa·s] è la viscosità, $P_a e P_b \text{ [N/m}^2$, Pa] sono le pressioni sulle sezioni $S_a e S_b$, e L è la lunghezza per il tubo di flusso tra le sezioni $S_a e S_b$. In termini differenziali, tenendo conto che il flusso va in senso contrario al gradiente di pressione (da qui il segno meno), dopo aver diviso i due membri per A, si ha:

$$q = -\frac{k}{\mu} \frac{dP}{dl},$$
(2.2a)

$$q = -\frac{k}{\mu} \nabla P, \qquad (2.2b)$$

essendo q [m/s] il flusso, e dP/dl il gradiente di pressione (derivata spaziale della pressione), oppure ∇P nel caso 3D. Questa è una legge molto semplificata che descrive la portata sulla superficie unitaria, o flusso, e presenta le dimensioni di una velocità. In un mezzo vadoso, questa non è una velocità pura poiché deve tener conto di una grandezza adimensionale, detta porosità (indicata con ϕ che è il rapporto tra il volume vuoto, occupato dall'aria, ed il volume totale). Ad essa è imputabile la frazione del flusso di fluido utile a riempire il volume vuoto che non contribuisce alla velocità del fluido stesso. Per mezzi incompressibili, isotropi e di moto laminare (divergenza nulla) si può scrivere:

$$q = -\frac{k}{\mu} (\nabla P - \rho g), \tag{2.3}$$

dove ρg è il gradiente di pressione dovuto alla gravità. Si può ora inglobare k/μ in un'unica costante σ [*Darcy/Poiseuille* = $m^2/(Pa \cdot s)$].

Nelle equazioni (2.2a) e (2.2b), per comodità di calcolo, si può esprimere la pressione *P* come ρgH , avendo introdotto la nuova variabile *H*, e così si ottiene:

$$q = -\sigma \rho g \frac{dH}{dl} = -K \frac{dH}{dl}.$$
 (2.4)

Così rimane definita una costante K o conduttività idraulica di dimensione [m/s]. L'equazione (2.4) descrive la propagazione di un liquido in un mezzo saturo ma risulta poco adatta nella descrizione di un liquido in un mezzo non saturato. Per tali mezzi è necessario ricorrere alla cosiddetta equazione di Richards [1931] che può essere derivata come di seguito descritto.

Per derivare l'equazione di Richards si prende in considerazione la conservazione della massa, o equazione di continuità di un fluido, che in termini mono-dimensionali si può scrivere:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial z},\tag{2.5}$$

dove θ rappresenta la variazione del fluido contenuto nel

volume considerato e q il flusso. Inserendo nella (2.5) al posto di q il termine -*K* d*H*/d*z* ottenuto nella (2.4), si ha:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right). \tag{2.6}$$

La sostituzione di $H \operatorname{con} \psi + z$, con ψ gradiente idraulico (o di matrice) e z potenziale di gravità, porta alla cosiddetta forma mista dell'equazione di Richards:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K \frac{\partial}{\partial z} (\Psi + z) \right] = \frac{\partial}{\partial z} \left[K (\frac{\partial \Psi}{\partial z} + 1) \right]. \tag{2.7}$$

Qui si ricorda che *K* è la conduttività idraulica in [m/s] e θ contenuto del fluido in $[m^3/m^3]$. La (2.7) descrive il movimento del fluido in un mezzo non saturato e poroso. Essa è un'equazione differenziale alle derivate parziali non-lineare e, come tale, non ha soluzione analitica in forma chiusa, ma va integrata numericamente [Leij et al., 1997]. Inoltre, *K* non è una costante in senso stretto, in quanto dipende dalla stessa θ . Segue la necessità di un modello adeguato al problema da trattare.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} [K(\theta)(\frac{\partial \Psi}{\partial z} + 1)].$$
(2.8)

Qui è presentata in termini unidimensionali per esempio lungo la verticale *h*. Le equazioni (2.6) e (2.8) hanno due variabili (dipendenti) $\theta \in \psi$, pertanto la risoluzione delle due forme (2.6) e (2.8) richiede l'introduzione delle equazioni costitutive che legano $\theta \in \psi$. Ovvero, qualcosa che esprima θ in dipendenza di ψ o viceversa. La soluzione della (2.8) richiede di scrivere l'equazione costitutiva del mezzo tramite un modello che necessariamente passa per la cosiddetta curva di ritenzione idrica (figura 2.1).



Figura 2.1 Curva di ritenzione idrica che lega le due variabili θ o ψ in dipendenza dal tipo di suolo.

Figure 2.1 Water retention curve that links the two variables θ or ψ depending on the type of soil.



Tale curva dipende dalla porosità del mezzo o, per meglio specificare, dall'effettiva saturazione $S_{\rm e}$. Tale quantità può essere espressa come:

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}, \tag{2.9}$$

dove θ è il contenuto d'acqua inteso come variabile, θ_s è il contenuto d'acqua in condizioni di saturazione e θ_r il contenuto d'acqua residuo. Pertanto vale $S_e=0$ nella fase solo gassosa, mentre $S_e=1$ in condizioni di saturazione.

La conduttività idraulica decresce all'aumentare di θ . Uno dei modelli per *K* fu proposto da Mualem [1976]. Tale modello modifica la conduttività idraulica del mezzo saturo, facendola dipendere da S_e , secondo la relazione:

$$K(S_{\rm e}) = K_0 \cdot (S_{\rm e})^n,$$
 (2.10)

dove *n* è un esponente dipendente dal tipo di suolo e K_0 la conduttività idraulica. In altri precedenti modelli [Brooks, Corey, 1964], l'esponente *n* prendeva un valore tra 3 e 4. Sulla dipendenza di *K* da S_e sono stati proposti vari modelli tra cui van Genuchten [1980] che ha adottato la seguente formula:

$$K(S_{\rm e}) = K_0 \cdot \sqrt{S_{\rm e}} [1 - (S_{\rm e}^{1/m})^m]^2, \qquad (2.11)$$

trovando larga diffusione nella letteratura scientifica. Lo stesso autore propose anche la seguente relazione, per legare la saturazione effettiva S_{a} al potenziale di matrice:

$$S_{\rm e} = \frac{1}{(1 + (\alpha \psi)^n)^m},$$
 (2.12)

con parametri α e n = l - l/m.

Uguagliando le relazioni (2.9) e (2.12), derivate membro a membro rispetto a ψ , si ottiene:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \psi} = -\frac{(\theta_s - \theta_r) nm\alpha (\alpha \psi)^{n-1}}{(1 + (\alpha \psi)^n)^{m+1}}.$$
(2.13)

In questo lavoro è stato considerato il modello proposto da van Genuchten [1980] per risolvere numericamente l'equazione di Richards. Infatti, applicando la regola della catena, l'equazione (2.8), dopo le sostituzioni di *K* e $\partial\theta/\partial\psi$ rispettivamente con le relazioni sopraindicate (2.10)-(2.11) e (2.13), assume la forma:

$$\frac{\partial\theta}{\partial\psi}\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}[K(\theta)(\frac{\partial\Psi}{\partial z} + 1)].$$
(2.14)

Sostituendo nella (2.14) le relazioni (2.13) e la (2.12), essa si può integrare numericamente rispetto a t ed a z. Le simulazioni eseguite con MATLAB sono riportate in appendice 2. In conclusione, la descrizione del mezzo ci aiuta a definire il modello idoneo che porta alle relazioni costitutive (relazioni tra $\theta(z,t) \in \psi(z,t) \in quindi tra K \in \psi$). Questo permette di eliminare una delle due variabili tra $\theta(z,t) \in \psi(z,t)$, passando attraverso K, ed infine di integrare numericamente l'equazione di Richards nella forma sopra descritta. Tale operazione restituisce entrambe le variabili $\theta(z,t) \in \psi(z,t)$ in funzione della profondità h.

3. Modelli numerici d'interpolazione bidimensionali (IDW e Kriging) sulla distribuzione del percolato

Come accennato in precedenza, l'obiettivo della procedura d'interpolazione dei dati è quello di assemblare i dati reali provenienti dai profili di concentrazione acquisiti tramite il sondaggio, o misure di vario genere, che riconducano alla concentrazione di inquinanti, o del percolato. Così otteniamo solo alcuni profili (vettori) di un'eventuale matrice 3D (come nell'esempio di figura 3.1). Per ottenere questo risultato è necessario prima eliminare eventuali lacune nel profilo di concentrazione vero e poi raccordare, ad ogni quota, i valori della concentrazione con i valori calcolati dal modello teorico, in tutti quei punti dell'area di interesse dove non sono disponibili misure reali. Un esempio di profilo 3D reale è mostrato nella figura seguente.

Alcune premesse vanno fatte, previo l'uso di tali algoritmi. Tutti i metodi d'interpolazione spaziale si basano su una funzione che assegna dei pesi in base alla distanza, quindi la stima dei valori in un punto è sempre una somma pesata di valori noti relativi a punti circostanti. Di conseguenza va sempre ricordato che gli algoritmi d'interpolazione sottostimano i massimi e sovrastimano i minimi per definizione.

I pesi sono sempre una funzione decrescente rispetto alla distanza, per cui, al crescere di una distanza, un valore noto di misura venga sempre meno considerato per una stima. Dato che i pesi, come già detto, vengono assegnati in base alla posizione, avere una serie di misure distribuite uniformemente porta ad avere risultati più affidabili.

Il primo metodo presentato è quello detto IDW (*Inverse Distance Weighting*), che ricade nella categoria dei metodi d'interpolazione deterministici (figura 3.2). Questo algoritmo, partendo da misure note alle quali vengono assegnati come pesi i valori di una funzione proporzionale all'inverso della distanza, e normalizzati sulla somma di tutti gli inversi delle distanze, fornisce una stima di una variabile in un punto di studio dove la misura non è nota.

La procedura matematica di "raccordo" è formalmente descritta come segue. Data una quota h, siano $(u_1, u_2, \dots, u_i, \dots, u_n)$ i punti con una concentrazione nota, dati come input all'algoritmo di modellazione. Sia invece u il punto alla quota h dove non è noto il valore reale di concentrazione. Tale valore può essere stimato, a partire dagli altri valori noti, secondo una funzione decrescente con la distanza:





Figura 3.1 Rappresentazione del modello 1D a sinistra e 3D a destra. Il modello 2D riguarda sezioni orizzontali del modello 3D. Figure 3.1 1D model representation to the left and 3D to right. The 2D model regards horizontal sections of 3D model.

$$d_i = u_i - u. \tag{3.1}$$

È evidente che i valori noti più vicini devono influire maggiormente sulla stima di u rispetto a quelli più distanti. Ovvero, si assegnano dei pesi w_i secondo la formula seguente:

$$w_i = \frac{\frac{1}{d_i}}{\sum_i \frac{1}{d_i}}.$$
(3.2)

Come si può notare, la sommatoria è estesa ai punti con pedice i, trascurando gli altri punti con pedice da i a n, poiché fuori da un certo raggio arbitrario, od un numero di punti vicini stabilito a priori. Ciò posto, il valore assunto da u è dato da:

$$u_i = \sum_i u_i w_i. \tag{3.3}$$

Volendo massimizzare la distribuzione dei pesi nei punti più vicini, si possono elevare a esponente p le distanze d_i^{p} e così le distanze possono essere espresse come d_i^{p} . La procedura sopra descritta viene ripetuta per tutti i punti del grigliato, come nella figura 3.1, dove non si hanno valori noti. Questo è solo un esempio di pesatura nell'interpolazione spaziale. Un metodo matematico statistico è quello detto di Kriging [Matheron, 1971]. La principale differenza rispetto ad altri metodi di interpolazione spaziale, come IDW, od il metodo *Spline*, che sono definiti come deterministici, è la sua analisi dati, che è basata sulla covarianza delle misure ed il variogramma risultante (figura 3.3). Esso dipende fortemente sia dalla posizione che dalla densità dei dati in tutta l'area di studio. Attraverso quest'analisi, l'algoritmo di Kriging dà una stima della varianza, ed è quindi in grado di minimizzare



Figura 3.2 Esempio tipico di interpolazione. **Figure 3.2** Typical example of interpolation.

l'errore di varianza, per meglio compensare la frammentazione dei dati, assegnando a punti in una stessa area pesi minori rispetto a punti isolati.

L'algoritmo quindi, stabilito un *range* di pesatura nei punti noti più vicini, costruisce un vettore di covarianza, che tiene conto di tutti i valori dell'intorno (matrice di covarianza), per calcolare i residui e dare al punto non noto un valore pesato come nel metodo IDW. Un semplice approccio matematico (in una delle numerose varianti) per il modello di Kriging potrebbe essere di assumere un valore medio fissato. In altri termini, se m è costante allora per i valori assunti dai punti non noti si può scrivere:

$$Z^{*}(u) = m + \sum_{\alpha=1}^{n} \lambda_{\alpha}(u)(Z(u_{\alpha}) - m).$$
(3.4)

QG



Figura 3.3 Covarianza e semi-varianza ai fini del calcolo del raggio o *range* oltre il quale i punti non sono più correlazione. Figure 3.3 Covariance and semi-variance for the calculation of the radius or "range" beyond which the points are no longer correlated.

dove $Z^{*}(u)$ sono i valori da computare, $Z^{*}(u_{a})$, calcolati in u_{α} , sono i primi vicini pesati con i parametri λ_{α} , cosicché l'espressione:

$$\sum_{\alpha=1}^{n} \lambda_{\alpha}(u)(Z(u_{\alpha}) - m)$$
(3.5)

può essere vista come un residuo. I valori dei parametri λ_{α} vengono computati dall'inverso della matrice di covarianza per il cosiddetto vettore di covarianza:

$$\lambda_{\alpha} = K^{-1} \cdot k \tag{3.6}$$

Il modello di approssimazione presentato si avvale di entrambi gli algoritmi prima descritti. In conclusione, tutti gli algoritmi di stima portano a risultati simili e tali stime vanno interpretate. Si deve infatti sempre tener conto dei *set* di dati e della loro distribuzione nello spazio di studio. Se le misure sono sufficientemente dense e distribuite uniformemente, si avranno buone stime a prescindere dall'algoritmo usato. Al contrario, se i *set* di dati ricadono in zone frammentate, e separati da distanze importanti rispetto all'area di studio, si avranno stime non affidabili a prescindere dall'algoritmo usato.

4. Conclusioni

In questo studio è stata sviluppata la modellistica matematica per rappresentare i principali scenari che si sono presentati nell'ambito del progetto PON-SIGLOD. Tali modelli erano stati precedentemente esplicitati in una importante attività del progetto denominata "modelli matematici di rappresentazione degli scenari". La modellazione che ha fornito risultati di supporto alla pianificazione e alle future attività di gestione delle discariche, è stata relativamente complessa in quanto si sono dovuti affrontare problemi fisico-chimici e analitici. Questi concetti sono poi stati schematizzati e ridotti per essere tradotti in modelli numerici esposti in questo lavoro. È stato necessario prevedere i quantitativi delle sostanze che si formano dalla degradazione della frazione organica del materiale, per avere una stima delle quantità di percolato ed una corretta pianificazione nella gestione della discarica. La formulazione numerico-analitica è stata trattata nel primo capitolo, mentre in appendice 1 sono stati riportati i risultati delle simulazioni del processo di formazione in MATHCAD. Un altro aspetto rilevante è stato lo sviluppo di modelli di diffusione. Questi ultimi sono utili strumenti sia di previsione che di gestione di emergenze in caso di sversamento o di perdita nel terreno, in quanto prevedono i valori dalla concentrazione di percolato alle varie profondità anche





Figura 4.1 Schema a blocchi dei tre modelli: formazione del percolato, diffusione del percolato ed interpolazione spaziale della distribuzione del percolato. **Figure 4.1** Block diagram of three models: the leachate forma-

tion, the leachate diffusion and the spatial interpolation of leachate distribution.

in funzione del tempo. Gli sviluppi dei modelli matematici di diffusione, descritti nel secondo capitolo, sono anch'essi di notevole rilevanza fisico-matematica e storicamente sono stati oggetto di continui perfezionamenti, fino ad arrivare ad accettabili valori per i parametri in ingresso dei modelli.

Tali valori dipendono fortemente dal tipo di terreno, com'è stato riportato nelle simulazioni di appendice 2. Questi modelli generalmente non trattano la distribuzione spaziale del percolato, poiché sono stati elaborati e resi più comprensibili da modelli 1D. Per questa ragione sono stati elaborati modelli d'interpolazione spaziale che, a partire dai profili noti, misurati o calcolati, tramite tecniche d'interpolazione, calcolano la distribuzione nei punti non noti. In genere, s'interpolano i valori su piani a vari livelli (modello 2D), partendo dalla superficie fino alla profondità desiderata. Nell'ambito del progetto SIGLOD, è stato fatto lo stesso impiegando due tecniche diverse d'interpolazione 2D. Nei modelli impiegati, sono state usate sia la cosiddetta IDW che i metodi statistici alla Kriging [Matheron, 1971], come descritto nel terzo capitolo. I risultati relativi alle simulazioni sono stati riportati in appendice 3, insieme alle interpolazioni che consentono di descrivere la distribuzione del percolato in uno spazio 3D. Questi tre modelli (rappresentati in figura 4.1) costituiscono un sistema integrato concernente la formazione, la diffusione e la distribuzione spaziale del percolato. Nell'ambito del progetto SIGLOD, tali modelli sono stati di fondamentale importanza, poiché hanno consentito la previsione del carico inquinante, come diffonde verso il sottosuolo e come esso si distribuisce nel sottosuolo. Questo è stato considerato un passo essenziale per poter fornire a un sistema esperto i parametri necessari al controllo ed alla gestione delle grandi discariche.

Come in tutti i modelli previsionali, i modelli numerici impiegati per la gestione delle discariche risentono fortemente dei dati d'*input* da inserire nei programmi di calcolo. Non è raro trovare in letteratura forti discrepanze nei valori che non sono imputabili in generale agli algoritmi di calcolo, bensì all'assunzione dei valori dei parametri fisici, talvolta non omogenei o difficili da reperire. Ciò conduce a risultati non sempre perfettamente aderenti alla realtà. Tuttavia i modelli numerici previsionali sono sempre stati di grande utilità in tematiche complesse, quali quelle affrontate nel progetto SIGLOD.

Bibliografia

- Brooks R.H. and Corey A.T., (1964). Hydraulic properties of porous media. Hydrology Papers, No. 3, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, 27 pp.
- Darcy H., (1856). Les fontaines publiques de la ville de Dijon: exposition et application des principes à suivre et des formules à employer dans les questions de distribution d'eau. Parigi: V. Dalmont.
- Leij F.J., Alves W.J., van Genuchten M.T and Williams J.R., (1996). UNSODA: The UNSODA Unsaturated Soil Hydraulic Database - User's Manual Version 1.0. EPA/600/R-96/095, National Risk Management Research Lab., Ada, OK. Subsurface Protection and Remediation Div., Agricultural Research Service, Riverside, CA. Salinity Lab., 113 pp.
- Leij F.J., Russell W.B. and Lesch S.M., (1997). Closed-Form Expression For Water Retention And Conductivity Data. Ground Water, 35 (5), 848-858, DOI: 10.1111/j.1745-6584.1997.tb00153.x.
- Matheron G., (1971). *The theory of regionalized variables and its application*. Les Cahiers du Centre de morphologie mathematique de Fontainebleau, No. 5, Ecole national superieure des mines, Paris, 211 pp.
- Mualem Y., (1976). A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. Water Resour. Res., 12 (3), 513-522, DOI: 10.1029/WR012i003p00513.
- Pantini S., Verginelli I., and Lombardi F., (2014). A new screening model for leachate production assessment at landfill



sites. Int. J. Environ. Sci. Technol. 11 (6), 1503–1516, DOI: 0.1007/s13762-013-0344-7.

- Richards, L.A. (1931). Capillary conduction of liquids through porous mediums. Physics 1 (5): 318–333.
- Schroeder P.R., Aziz N.M., Lloyd C.M. and Zappi P.A., (1994). The Hydrologic Evaluation of Landfill Performance (HELP) Model - User's Guide for Version 3. EPA/600/R-94/168a, September 1994, U.S. Environmental Protection Agency Office of Research and Development, Washington, DC, 94 pp.
- Van Genuchten M.T., (1980). A closed-form equation for predicting the hydraulic, conductivity of unsaturated soils. J. Soc. Soil Sci. Am., 44 (5), 892–898, DOI: 10.2136/sssaj1980.03615995004400050002x.
- Zacharof A.I., and Butler A.P., (2004). Stochastic modelling of landfill leachate and biogas production incorporating waste heterogeneity. Model formulation and uncertainty analysis. Waste Manag. 24(5), 453–462, DOI: 10.1016/j.wasman.2003.09.010.



APPENDICE 1

Modello di formazione

 $perc(D0,Da,k1,N,a,loss) := | for t \in 0..N$

Qui di seguito viene riportato un esempio di programma scritto in MATHCAD (figura A1.1). Il grafico di figura A1.2 mostra il risultato della simulazione, vale a dire l'andamento del percolato in funzione del tempo. Il programma calcola la funzione perc [t] in funzione dei parametri di input sotto riportati: D0: massa iniziale di materiale degradabile in tonnellate [t]; Da: massa che si aggiunge periodicamente in [t]; k1: costante di decadimento del materiale degradabile [1/s]; N: limite del periodo temporale discretizzato; a: numero di anni (o intervallo di ricarica);

loss: perdita di percolato per infiltrazione (tonnellate) nel minimo intervallo di tempo t (secondi) in $[t \cdot s]$.

Lo sviluppo sul *work-sheet* di MATHCAD è stato di seguito riportato:

$$\begin{split} z_t &\leftarrow 0 \\ ln \leftarrow \frac{N}{a} \\ for \ t \in 1..ln \\ z_t \leftarrow (D0 - D0e^{-kTt}) - loss t \\ for \ t \in (1n + 1)..(2ln) \\ z_t \leftarrow D0 - D0e^{-kTt} + [Da - Dae^{-kTt}(t-In)] - loss t \\ for \ t \in (2ln + 1)..(3ln) \\ z_t \leftarrow (D0 - D0e^{-kTt}) + [Da - Dae^{-kTt}(t-In)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-2ln)] - loss t \\ for \ t \in (2ln + 1)..(4ln) \\ z_t \leftarrow (D0 - D0e^{-kTt}) + [Da - Dae^{-kTt}(t-In)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-2ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-3ln)] - loss t \\ for \ t \in (4ln + 1)..(5ln) \\ z_t \leftarrow (D0 - D0e^{-kTt}) + [Da - Dae^{-kTt}(t-In)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-2ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-3ln)] - loss t \\ for \ t \in (5ln + 1)..(6ln) \\ z_t \leftarrow (D0 - D0e^{-kTt}) + [Da - Dae^{-kTt}(t-In)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-2ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-3ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-4ln)] - loss t \\ for \ t \in (5ln + 1)..(6ln) \\ z_t \leftarrow (D0 - D0e^{-kTt}) + [Da - Dae^{-kTt}(t-In)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-2ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-3ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-4ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-5ln)] - loss t \\ for \ t \in (6ln + 1)..(6ln) \\ z_t \leftarrow (D0 - D0e^{-kTt}) + [Da - Dae^{-kTt}(t-In)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-2ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-3ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-4ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-5ln)] - loss t \\ for \ t \in (6ln + 1)..(N) \\ z_t \leftarrow (D0 - D0e^{-kTt}) + [Da - Dae^{-kTt}(t-In)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-2ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-3ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-4ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-5ln)] - loss t \\ for \ t \in (6ln + 1)..(N) \\ z_t \leftarrow (D0 - D0e^{-kTt}) + [Da - Dae^{-kTt}(t-In)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-2ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-3ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-4ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-5ln)] - loss N \\ z_t \leftarrow (D0 - D0e^{-kTt}) + [Da - Dae^{-kTt}(t-5ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-5ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-5ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-5ln)] - loss N \\ z_t \leftarrow (D0 - D0e^{-kTt}) + [Da - Dae^{-kTt}(t-5ln)] - loss N \\ z_t \leftarrow (D0 - D0e^{-kTt}) + [Da - Dae^{-kTt}(t-5ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-5ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-5ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-5ln)] - loss N \\ z_t \leftarrow (D0 - D0e^{-kTt}) + [Da - Dae^{-kTt}(t-5ln)] - loss N \\ z_t \leftarrow (D0 - D0e^{-kTt}) + [Da - Dae^{-kTt}(t-5ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-5ln)] + [Da - Dae^{-kTt}(t-5ln$$

Figura A1.1 Work-sheet del programma, implementato con MATHCAD (Simulazione con D0 =2000 e Da=50 tonnellate in un periodo di 10 anni).
Figure A1.1 Work-sheet of the program implemented with MATHCAD (Simulation with D0 = 2000, and Da = 50 tons over a period of 10 years).



Figura A1.2 Il grafico risultante della simulazione con D0 =2000 e Da=50 tonnellate in un periodo di 10 anni. Figure A1.2 The resulting plot of the simulation with D0 = 2000 and Da=50 tons in a period of 10 years.



APPENDICE 2

Modello di diffusione

Il modello 1D di diffusione è stato implementato tramite MATLAB con i parametri di Van Genuchten [1980] (tabella A2.1) e di Leij et al. [1996] (tabella A2.2). Vengono calcolate le variabili $\theta(z,t)$ e $\psi(z,t)$ ed il carico idraulico $H = \psi - z$. Nei grafici risultanti, sono riportati rispettivamente il potenziale di matrice $\psi(z, t)$ in metri, il carico idraulico H in metri, la concentrazione in termini percentuali $\theta(z,t)$ e la rappresentazione 3D del contenuto d'acqua in funzione del tempo.

| Soil Name | $\theta_{\rm S}$ | $\theta_{\mathbf{r}}$ | K _S | . CC | n |
|-------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------|------------------|------|
| | cm ³ /cm ³ | cm ³ /cm ³ | cm/d | cm ⁻¹ | |
| Hygiene Sandstone | 0.25 | 0.153 | 108 | 0.0079 | 10.4 |
| Touchet Silt Loam | 0.469 | 0.19 | 303 | 0.005 | 7.09 |
| Silt Loam | 0.396 | 0.131 | 4.96 | 0.00423 | 2.06 |
| Guelph Loam | 0.52 | 0.218 | 31.6 | 0.0115 | 2.03 |

Tabella A2.1 Parametri del suolo di Van Genuchten [1980]. Table A2.1 Van Genuchten's [1980] soil parameters.



Figura A2.1 Tessitura del mezzo del tipo franco morenico. In alto a sinistra è riportato il potenziale di matrice (*pressure head o suction head*), a sinistra in basso la concentrazione in termini percentuali, a destra in alto il carico idraulico, mentre, in basso a destra, vi è una rappresentazione 3D del contenuto d'acqua in funzione del tempo alle relative profondità. **Figure A2.1** Guelph Loam type of terrain. In the top left corner the potential matrix (pressure head or suction head) is reported, in the bottom-left the percentage of fluid concentration is shown, in the top-right panel hydraulic head is represented, and on the bottom-right there is a 3D representation of the water content as a function of time and relative depth.



Figura A2.3 Come sopra, per – tessitura medio limosa. Figure A2.3 As above, for – Silt Loam.





Figura A2.4 Come sopra, per – tessitura medio limosa alluvionale. Figure A2.4 As above, for – Touchet Silt Loam.

 34 L 0

| Textural Class | N | $\theta_{\mathbf{r}} [\mathrm{cm}^3/\mathrm{cm}^3]$ | $\theta_{\rm S}$ [cm ³ /cm ³] | α [1/cm] | n |
|-----------------|-----|---|--|----------|------|
| Sand | 126 | 0.058 | 0.37 | 0.035 | 3.19 |
| Loamy Sand | 51 | 0.074 | 0.39 | 0.035 | 2.39 |
| Sandy Loam | 78 | 0.067 | 0.37 | 0.021 | 1.61 |
| Loam | 61 | 0.083 | 0.46 | 0.025 | 1.31 |
| Silt | 3 | 0.123 | 0.48 | 0.006 | 1.53 |
| Silt Loam | 101 | 0.061 | 0.43 | 0.012 | 1.39 |
| Sandy Clay Loam | 37 | 0.086 | 0.40 | 0.033 | 1.49 |
| Clay Loam | 23 | 0.129 | 0.47 | 0.030 | 1.37 |
| Silty Clay Loam | 20 | 0.098 | 0.55 | 0.027 | 1.41 |
| Silty Clay | 12 | 0.163 | 0.47 | 0.023 | 1.39 |
| Clay | 25 | 0.102 | 0.51 | 0.021 | 1.20 |

Tabella A2.2 Parametri del suolo di Leij et al. [1996]. Table A2.2 Leij et al. [1996] soil parameter.



Figura A2.6 Come sopra, per – medio limosa. Figure A2.6 As above, for – Silt Loam.



APPENDICE 3

Modello d'interpolazione 2D

Le seguenti rappresentazioni sono state ottenute incrociando i risultati dei modelli di diffusione e di interpolazione. A partire dalle misure prese ad una certa quota, si calcolano le colonne di contenuto d'acqua relativo al tipo di terreno e poi, per le diverse profondità, si calcola il campo attraverso il modello di interpolazione alla Kriging [Matheron, 1971]. I modelli descritti sono stati tutti realizzati con MATLAB. Per ogni modello (formazione, interpolazione, diffusione) è stata realizzata una funzione, in modo da rendere il codice modulare e facilitare la revisione ed il *debug*. Il corpo principale del *software* è lo script finale che richiama le funzioni a tempo debito. Generando un campo random iniziale e rilevando una serie di misurazioni, anche queste a caso, il *software*, a partire dalla quota iniziale, calcola la variazione del contenuto d'acqua in funzione della profondità risolvendo l'equazione di Richards [1931]. Generate le colonne, queste vengono interpolate a diverse profondità e si genera il modello 3D, relativo al tipo di tessitura di terreno, per il quale le funzioni sono state calibrate. Il modello 3D risultante è una stima del contenuto percentuale d'acqua in funzione dello spazio. Il diagramma di flusso del programma è di seguito riportato.



Figura A3.1 Piano con misure campione *random*, vario-gramma relativo e sue predizioni con i due diversi algoritmi di interpolazione. **Figure A3.1** Plane with random sample measurements, associated vario-gram and its predictions with the two different interpola-

Figure A3.1 Plane with random sample measurements, associated vario-gram and its predictions with the two different interpolation algorithms.





Figura A3.2 Diagramma di flusso del programma per le figure d'interpolazione 3D. **Figure A3.2** Flowchart of the program for the 3D interpolation images.



Figura A3.3 Dettaglio dell'andamento del contenuto d'acqua nello spazio 3D per una tessitura di terreno franco morenico. Figure A3.3 Detail of water content trend in 3D space for the Guelph loam terrain type.



Figura A3.4 Dettaglio dell'andamento del contenuto d'acqua nello spazio 3D per una tessitura arenaria. **Figure A3.4** Detail of water content trend in 3D space for the sandstone terrain type.



Figura A3.5 Dettaglio dell'andamento del contenuto d'acqua nello spazio 3D per una tessitura medio limosa. Figure A3.5 Detail of water content trend in 3D space for the silt loam terrain type.



Figura A3.6 Dettaglio dell'andamento del contenuto d'acqua nello spazio 3D per una tessitura medio limosa alluvionale. Figure A3.6 Detail of water content trend in 3D space for the Touchet Silt Loam terrain type.



Indice

| Introduzione | 4 |
|---|----|
| 1. Modello Analitico e Numerico sulla Formazione del Percolato | 6 |
| 2. Modello Analitico e Numerico sulla Diffusione del Percolato | 8 |
| 3. Modelli numerici di interpolazione bidimensionali (IDW e Kriging) sulla distribuzione del percolato | 10 |
| 4. Conclusioni | 12 |
| Bibliografia | 13 |
| Appendice 1 | 15 |
| Appendice 2 | 16 |
| Appendice 3 | 20 |

Quaderni di Geofisica

http://istituto.ingv.it/l-ingv/produzione-scientifica/quaderni-di-geofisica/

I Quaderni di Geofisica coprono tutti i campi disciplinari sviluppati all'interno dell'INGV, dando particolare risalto alla pubblicazione di dati, misure, osservazioni e loro elaborazioni anche preliminari, che per tipologia e dettaglio necessitano di una rapida diffusione nella comunità scientifica nazionale ed internazionale. La pubblicazione on-line fornisce accesso immediato a tutti i possibili utenti. L'Editorial Board multidisciplinare garantisce i requisiti di qualità per la pubblicazione dei contributi.

ISSN 2039-7941

Lapporti tecnici - 7

http://istituto.ingv.it/l-ingv/produzione-scientifica/rapporti-tecnici-ingv/

I Rapporti Tecnici INGV pubblicano contributi, sia in italiano che in inglese, di tipo tecnologico e di rilevante interesse tecnico-scientifico per gli ambiti disciplinari propri dell'INGV. La collana Rapporti Tecnici INGV pubblica esclusivamente on-line per garantire agli autori rapidità di diffusione e agli utenti accesso immediato ai dati pubblicati. L'Editorial Board multidisciplinare garantisce i requisiti di qualità per la pubblicazione dei contributi.

ISSN 2039-6651

Miscellanea **INGV**

http://istituto.ingv.it/l-ingv/produzione-scientifica/miscellanea-ingv/

La collana Miscellanea INGV nasce con l'intento di favorire la pubblicazione di contributi scientifici riguardanti le attività svolte dall'INGV (sismologia, vulcanologia, geologia, geomagnetismo, geochimica, aeronomia e innovazione tecnologica). In particolare, la collana Miscellanea INGV raccoglie reports di progetti scientifici, proceedings di convegni, manuali, monografie di rilevante interesse, raccolte di articoli ecc..

Coordinamento editoriale e impaginazione Centro Editoriale Nazionale | INGV

Progetto grafico e redazionale Daniela Riposati | Laboratorio Grafica e Immagini | INGV Roma

© 2015 INGV Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia Via di Vigna Murata, 605 00143 Roma Tel. +39 06518601 Fax +39 065041181

http://www.ingv.it



Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia