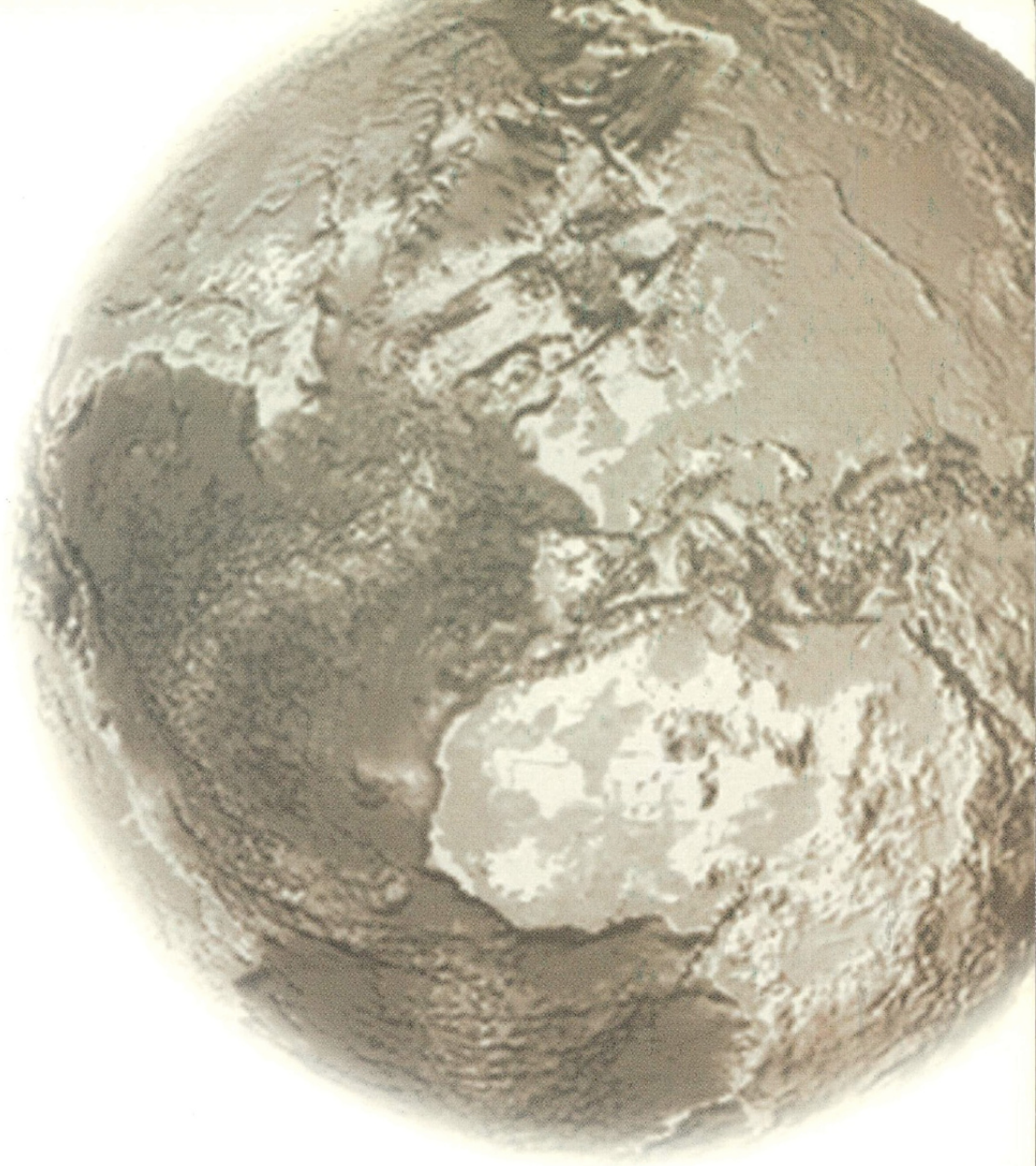




2003

**Parametrizzazione delle proprietà
dielettriche di mezzi non omogenei e
dispersivi: calcolo dei parametri di
assorbimento e scattering nel caso di
impulso elettromagnetico incidente**

Salvatore Stramondo

n. 15

Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia

Via di Vigna Murata 605 - 00143 Roma

tel. 06518601 • fax 065041181

www.ingv.it



**Parametrizzazione delle proprietà dielettriche di mezzi non omogenei e
dispersivi: calcolo dei parametri di assorbimento e scattering nel caso di impulso
elettromagnetico incidente**

Salvatore Stramondo

Parametrizzazione delle proprietà dielettriche di mezzi non omogenei e dispersivi: calcolo dei parametri di assorbimento e scattering nel caso di impulso elettromagnetico incidente

Salvatore Stramondo

Abstract

Sono descritti di seguito gli algoritmi e la struttura di un programma, sviluppato in Fortran77 e denominato MIE_GPR, che permette di ricostruire le proprietà dielettriche di mezzi non omogenei e dispersivi, a partire da una parametrizzazione del mezzo basata sulle sue proprietà fisiche e sulla sua composizione.

Il programma è disponibile (<mailto:stramon@ingv.it>). Esso si rivolge in particolare ad utenti che si occupano di prospezioni geofisiche tramite tecniche georadar (GPR - Ground Probing Radar). MIE_GPR è stato utilizzato per la ricostruzione di profili stratigrafici, la realizzazione di radargrammi sintetici GPR e il loro confronto con i risultati di prospezioni GPR. Inoltre è stato fornito al Dipartimento di Fisica dell'Università Roma Tre che lo utilizzerà nell'ambito degli studi per simulare i risultati di prospezioni GPR del sottosuolo di Marte.

Descrizione del programma e degli algoritmi

Il programma MIE_GPR simula l'interazione di un impulso elettromagnetico (con frequenza espressa in GHz) con un mezzo (ad es. il suolo) e fornisce (in uscita) una serie di parametri che ne individuano la *risposta elettromagnetica* (in seguito em).

Il mezzo è caratterizzato tramite la definizione di una serie di parametri fisici; nel seguito esso viene descritto composto da due elementi costitutivi:

- il cosiddetto "bulk", cioè la matrice, definita come la mistura aria - parte solida del suolo;
- le inclusioni, ovvero il materiale contenuto e disperso nel "bulk".

Un diagramma di flusso (Figura 1) riassume la struttura del programma, ne definisce le grandezze in ingresso e i risultati. Per quanto riguarda le inclusioni presenti nella matrice, MIE_GPR ne calcola la componente di energia "scatterata" nella regione di Mie (Ulaby et al., 1981).

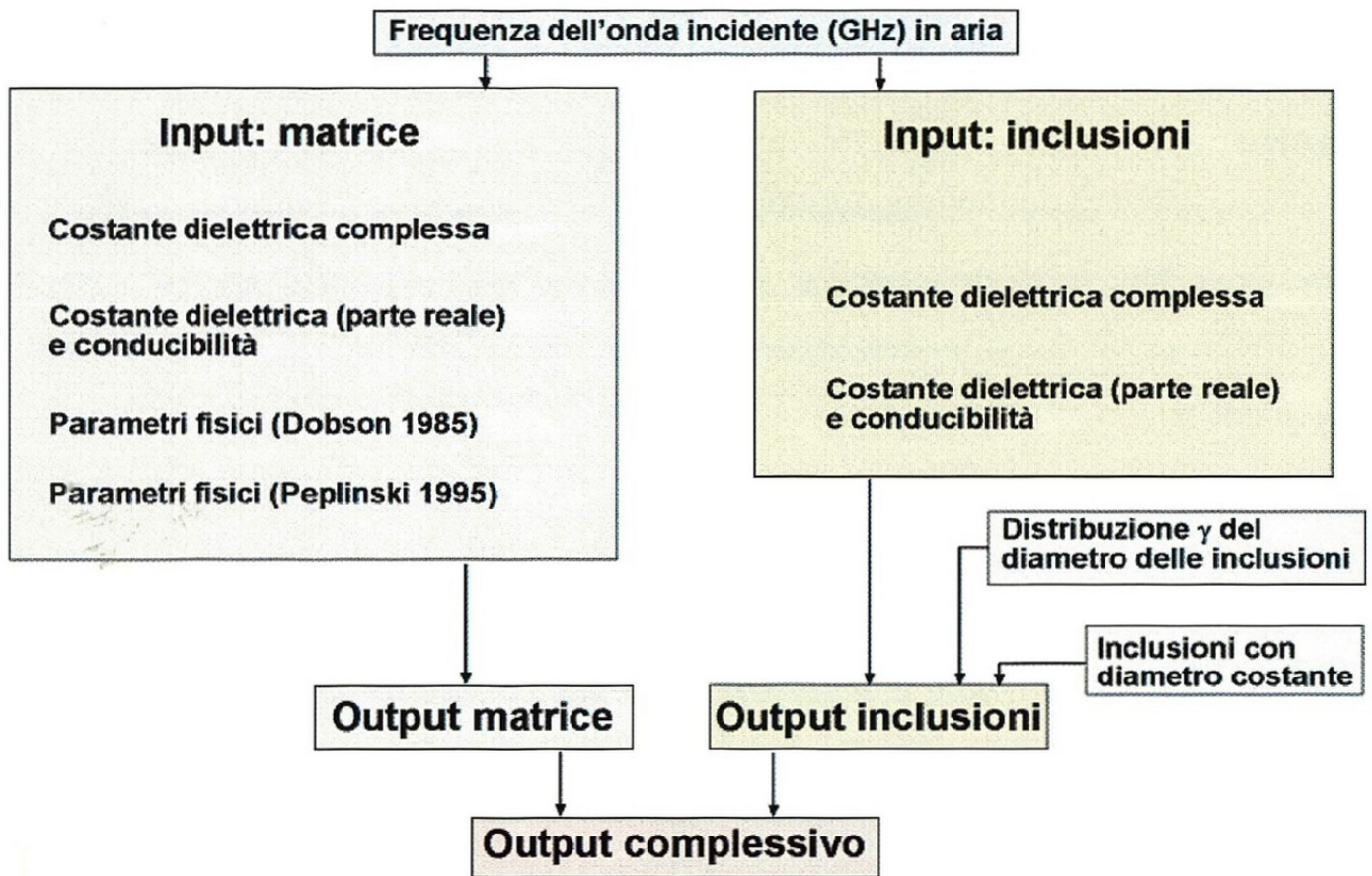


Figura 1: Diagramma di flusso del programma MIE_GPR

Parametrizzazione della matrice (bulk)

Per la componente *matrice*, il programma prevede 4 possibili input, a seconda dei parametri del bulk considerati noti e quindi forniti come input (Figura 1):

- 1)- costante dielettrica relativa complessa ($\epsilon = \epsilon_r + j\epsilon_i$);
- 2)- costante dielettrica relativa reale (ϵ_r) e conducibilità specifica (σ);
- 3)- parametri fisici ("modello teorico a quattro componenti", Dobson et al. 1985): temperatura (T in gradi Celsius), densità del suolo (ρ_s , cioè della parte solida), densità del bulk (ρ_b), percentuale di umidità volumetrica (m_v), percentuale di sabbia (S) e di argilla (C, clay) presenti nel bulk precedente.

4)- parametri fisici (“modello semiempirico”, Peplinski et al., 1995): temperatura (T in gradi Celcius), densità del suolo (ρ_s , cioè della parte solida), densità del bulk (ρ_b), percentuale di umidità volumetrica (m_v), percentuale di sabbia (S) e di argilla (C, clay) presenti nel bulk.

Analizziamo anzitutto gli ingressi 1 e 2, in quanto simili, separatamente dal 3 e 4, anch'essi tra loro analoghi.

Nell'input 2 la parametrizzazione del bulk avviene essendo nota la conducibilità specifica, da cui si ricava la parte immaginaria della costante dielettrica relativa utilizzando l'equazione:

$$\epsilon_i = \frac{\sigma \cdot 10^{-3}}{2\pi f \cdot 10^9 \epsilon_0}$$

dove la frequenza è espressa in Hz e σ in mS/m.

Nel modello teorico a quattro componenti (input 3) per il calcolo della costante dielettrica complessa viene utilizzata l'equazione di Debye (Ulaby et al., 1981) (1.1 e 1.2). In essa si introduce la costante dielettrica dell'acqua quale grandezza complessa dipendente dalla frequenza.

Per la parte reale e quella immaginaria si ha:

$$\epsilon'_w = \epsilon_{w\infty} + \frac{\epsilon_{w0} - \epsilon_{w\infty}}{1 + (2\pi f \tau_w)^2} \quad (1.1)$$

$$\epsilon''_w = \frac{2\pi f \tau_w (\epsilon_{w0} - \epsilon_{w\infty})}{1 + (2\pi f \tau_w)^2} \quad (1.2)$$

dove:

ϵ_{w0} = costante dielettrica statica dell'acqua pura

$\epsilon_{w\infty}$ = costante dielettrica dell'acqua ad alta frequenza

τ_w = tempo di rilassamento dell'acqua pura

f = frequenza di lavoro (in Hz)

Per valutare la ϵ_{wo} è stato applicato il seguente sviluppo, proposto da Klein e Swift (Ulaby et al., 1981) nel caso di misure dielettriche a microonde (a 1.43 e 2.65 GHz) :

$$\epsilon_{wo}(T) = 88.045 - 0.4147T + 6.295 \times 10^{-4} T^2 + 1.075 \times 10^{-5} T^3 \quad (1.3)$$

Per la costante dielettrica ad alta frequenza si è scelto il valore $\epsilon_{wo} = 4.9$ da Lane e Saxton (Ulaby et al., 1981).

Il cosiddetto "tempo di rilassamento dell'acqua pura" è stato ricavato utilizzando lo sviluppo messo a punto da Stogryn (Ulaby et al., 1981):

$$\tau_w(T) = 1.1109 \times 10^{-10} - 3.824 \times 10^{-12} T + 6.938 \times 10^{-14} T^2 - 5.096 \times 10^{-16} T^3 / (2\pi)$$

Il concetto di *tempo di rilassamento* è il seguente. Se si applica un campo elettromagnetico ad un mezzo *uno polare* quale è l'acqua, poichè le sue molecole posseggono un momento di dipolo permanente, esse tendono ad orientarsi in relazione al campo esterno ed impiegano a tale scopo un determinato intervallo di tempo, definito per l'appunto "tempo di rilassamento".

Questa grandezza è legata alla "frequenza di rilassamento" $f_o = (2\pi\tau)^{-1}$, che per l'acqua pura, nell'ambito delle microonde e a due diverse temperature, risulta assumere i seguenti valori: $f_{wo}(0^\circ C) \cong 9GHz$, $f_{wo}(20^\circ C) \cong 17GHz$.

Per l'input 3 del programma la matrice è parametrizzata definendone le percentuali di sabbia (*sand*), fango (*silt*) e argilla (*clay*) secondo la seguente relazione, in cui il coefficiente β compare nel calcolo della costante dielettrica (1.5) ad esponente della percentuale di umidità volumetrica m_v :

$$\beta = (109.0 - 0.11 \times S + 0.18 \times C) / 100 \quad (1.4)$$

β assume valori compresi tra 1.0 per suolo sabbioso (*sandy soil*) e 1.17 per argilla fangosa (*silty clay*).

L'equazione:

$$\varepsilon_{soil}^{\alpha} = 1 + (m_v^{\beta}) \cdot (\varepsilon_w^{\alpha}) - m_v^{\beta} + \rho_b \cdot (\varepsilon_{ss}^{\alpha} - 1) / \rho_s \quad (1.5)$$

permette di ottenere la costante dielettrica relativa complessa del suolo ε_{soil} con la semplice normalizzazione dell'esponente, $\alpha = 0.65$; inoltre per la costante dielettrica della parte solida del suolo, cioè non tenendo conto di aria e acqua, si utilizza la seguente:

$$\varepsilon_{ss}^{\alpha} = (1.01 + 0.44 \cdot \rho_s)^2 - 0.062 \quad (1.6)$$

L'input 4 del programma parametrizza il bulk analogamente all'ingresso 3, ma per il calcolo delle proprietà dielettriche si utilizza un algoritmo differente, detto "modello semiempirico" e proposto da Peplinski et al. (1995). Tale algoritmo ricostruisce meglio che in Dobson et al. (1985), l'andamento della costante dielettrica relativa complessa in un mezzo ad elevata percentuale di umidità volumetrica. Dobson et al. (1985), infatti, sottostima la parte reale della costante dielettrica relativa e sovrastima quella immaginaria in suoli con alti valori di m_v

Tra le equazioni utilizzate nell'input 3, la (1.1) resta invariata, mentre la (1.2) diventa:

$$\varepsilon_w'' = \frac{2\pi f \tau_w (\varepsilon_{w0} - \varepsilon_{w\infty})}{1 + (2\pi f \tau_w)^2} + \frac{\sigma_{eff} (\rho_s - \rho_b)}{2\pi \varepsilon_0 \cdot f \rho_s m_v} \quad (1.7)$$

in cui è presente la cosiddetta "conducibilità efficace":

$$\sigma_{eff} = 0.0467 + 0.2204 \rho_b - 0.4111(S/100) + 0.6614(C/100)$$

Una ulteriore differenza è nel calcolo del coefficiente β , per il quale la (1.4) è una grandezza complessa, composta da parte reale e immaginaria:

$$\begin{aligned}\beta' &= (127.48 - 0.519S - 0.152C)/100 \\ \beta'' &= (133.797 - 0.603S - 0.166C)/100\end{aligned}\quad (1.8)$$

Infine, l'equazione (1.5) viene riscritta distinguendo tra parte reale e immaginaria della costante dielettrica relativa complessa:

$$\begin{aligned}\epsilon'_{soil} &= \left[1 + \frac{\rho_b}{\rho_s} (\epsilon_s^\alpha) + m^{\beta'}_v \cdot \epsilon'^{\alpha}_{fw} - m_v \right]^{\frac{1}{\alpha}} \\ \epsilon''_{soil} &= \left[m^{\beta''}_v \cdot \epsilon''^{\alpha}_{fw} \right]^{\frac{1}{\alpha}}\end{aligned}\quad (1.9)$$

Parametrizzazione delle inclusioni

Anche per le inclusioni il programma prevede due distinte parametrizzazioni in ingresso:

- a)- Costante dielettrica relativa complessa $\epsilon = \epsilon_r + j\epsilon_j$;
- b)- Costante dielettrica relativa reale ϵ_r e conducibilità specifica σ .

Le due opzioni sono analoghe alle (1) e (2) per il bulk; anche in questo caso si ha la possibilità di ottenere la (a) dalla (b) applicando l'equazione $\epsilon_j = \frac{\sigma \cdot 10^{-3}}{2\pi f 10^9 \epsilon_0}$ (frequenza in Hz).

Il programma prevede una serie di ulteriori opzioni per caratterizzare meglio le inclusioni.

In particolare si richiede l'inserimento dei seguenti parametri:

- la densità delle particelle (in g/cm³);
- lo spessore dello strato che si analizza (in m);
- un "fattore di asimmetria", per tener conto della distribuzione non uniforme delle inclusioni e quindi dell'energia diffusa (*scatterata*).

Possono inoltre esser definite le dimensioni delle inclusioni (supposte sferiche) e la percentuale di volume da esse occupato.

Le opzioni possibili sono:

- 1)- le inclusioni possono avere tutte la stessa dimensione; di esse viene fornito il diametro (in mm) e il numero per unità di volume.
- 2)- le inclusioni possono essere di dimensioni variabili, per cui si specificano diametro minimo e massimo; inoltre il programma prevede che tale diametro possa variare tra i due estremi dell'intervallo scelto secondo una funzione di distribuzione di tipo γ :

$$N(D) = a \cdot D^\alpha \cdot e^{(-b \cdot D^\gamma)}$$

in cui: D = diametro delle inclusioni, a = intercetta con l'asse (in $mm^{-1}m^{-3}$), b = inclinazione (in mm^{-1}), α, γ = parametri di forma (adimensionali).

La curva γ diviene una semplice esponenziale se si pone $a=1$ e $\gamma = 0$.

Output del programma

Le grandezze calcolate e fornite in uscita dal programma possono esser distinte in tre tipi di risultati:

1)- Risultati di tipo generale:

- lunghezza d'onda dell'impulso incidente nel vuoto e nel bulk;
- costante dielettrica complessa di bulk e acqua (solo per ingressi 3 e 4);
- lunghezza d'onda incidente nelle inclusioni;
- costante dielettrica complessa delle inclusioni ed indice di rifrazione.

2)- Risultati relativi agli elementi "scatteranti" (inclusioni):

- percentuale delle inclusioni rispetto alla massa complessiva;
- percentuale di volume delle inclusioni;
- coefficienti di estinzione e scattering;
- albedo;
- attenuazione specifica e totale.

E' opportuno soffermarsi sulla parametrizzazione introdotta per definire la componente di scattering. In particolare attenuazione specifica (α'_{spec} in dB/m) e totale (α'_{tot} in dB) legate al fenomeno di scattering sono così definite:

$$\begin{aligned}\tau &= V(k_e \cdot 10^{-3}) \cdot d \\ \alpha'_{spec} &= 10 \log_{10}(e^{\tau}) \\ \alpha'_{tot} &= \alpha'_{spec} / d\end{aligned}$$

dove si è posto:

V =frazione di volume delle particelle

k_e =coefficiente di estinzione

d =spessore dello strato di materiale (in m)

3)- Risultati relativi al bulk:

- velocità e lunghezza dell'onda incidente nella componente "non scatterante";
- attenuazione specifica e totale.

Per il calcolo della attenuazione in questo caso è opportuno distinguere tra gli ingressi 1, 3, 4, e l'ingresso 2. Infatti, nei casi (1), (3) e (4) a partire dai parametri d'ingresso si valuta il cosiddetto "coefficiente di assorbimento" k_a :

$$k_a = \frac{2\pi}{\lambda} n''$$

in cui λ è la lunghezza d'onda nel mezzo mentre n'' è la parte immaginaria dell'indice di rifrazione ($\epsilon = n^2$, da cui si ottiene, essendo $n = n' - jn''$, $n' = \text{Re}\{\sqrt{\epsilon}\}$ e $n'' = |\text{Im}\{\sqrt{\epsilon}\}|$). Per l'ingresso 2,

invece, si utilizza la relazione che lega il coefficiente di assorbimento (k_a) alla profondità di penetrazione (più precisamente allo *skin depth* δ_p , ovvero la profondità raggiunta la quale la potenza incidente si è ridotta di un fattore $1/e$:

$$\delta_p = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu_0 \sigma 10^{-3}}} = \frac{1}{k_a}$$

Entrambi gli approcci descritti portano alla stessa espressione per il calcolo della attenuazione specifica (α''_{spec}) e totale (α''_{tot}) dovute ad assorbimento:

$$\begin{aligned}\tau' &= (1 - V) \cdot k_a \cdot d \\ \alpha''_{spec} &= 10 \log_{10}(e^{\tau'}) \\ \alpha''_{tot} &= \frac{\alpha''_{spec}}{d}\end{aligned}$$

4) Risultati complessivi, cioè relativi al mezzo considerato nel suo insieme di componente scatterante (inclusioni) e non (bulk):

- costante dielettrica (complessa) "efficace" del mezzo (bulk + inclusioni);
- attenuazione specifica e totale dovuta alla somma del contributo di scattering e di quello di assorbimento.

La costante dielettrica "efficace", ovvero un parametro che tenga conto del contributo delle costanti dielettriche di bulk e inclusioni viene calcolata utilizzando l'equazione di Maxwell Garnett (Ulaby et al., 1981):

$$\epsilon_{eff} = \epsilon_b \left(1 + V \left(\frac{\epsilon_p - \epsilon_b}{\epsilon_b} \right) \right) = (1 - V) \epsilon_b + V \epsilon_p$$

dove:

ϵ_b =costante dielettrica del bulk

ϵ_p =costante dielettrica delle inclusioni

V =frazione di volume delle inclusioni

L'attenuazione specifica (α_{spec} in dB/m) e quella totale (α_{tot} in dB) dovute all'insieme dei due contributi di scattering e di assorbimento sono:

$$\alpha_{spec} = \alpha'_{spec} + \alpha''_{spec}$$

$$\alpha_{tot} = \alpha'_{tot} + \alpha''_{tot}$$

Alcuni esempi di utilizzo di MIE_GPR

I grafici che seguono mostrano l'andamento della parte reale e di quella immaginaria della costante dielettrica di cinque tipi di suolo, ovvero cinque diverse combinazioni dei tre componenti (sand, silt clay) in cui il suolo viene parametrizzato, al variare della percentuale di umidità volumetrica m_v . La frequenza scelta per l'onda em incidente è 225 MHz. Nella scelta delle percentuali dei costituenti il suolo si è fatto riferimento ad un esempio descritto in letteratura (Appendice E dell'Ulaby), nel quale però la frequenza era 1.4GHz.

L'algoritmo utilizzato è quello semiempirico riportato in Peplinski et al., 1995, e descritto in precedenza.

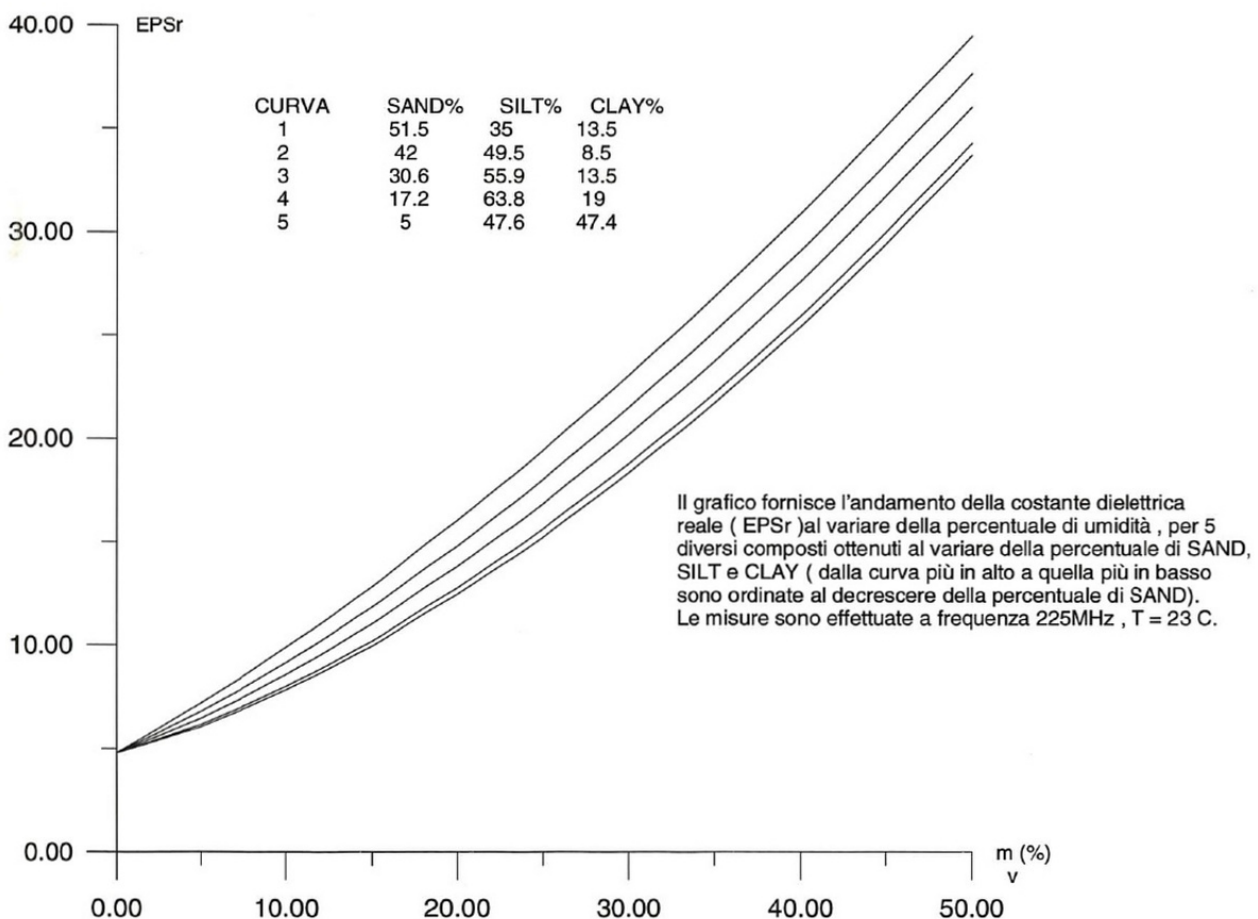


Figura 2: Andamento della parte reale della costante dielettrica al variare della percentuale di umidità volumetrica m_v

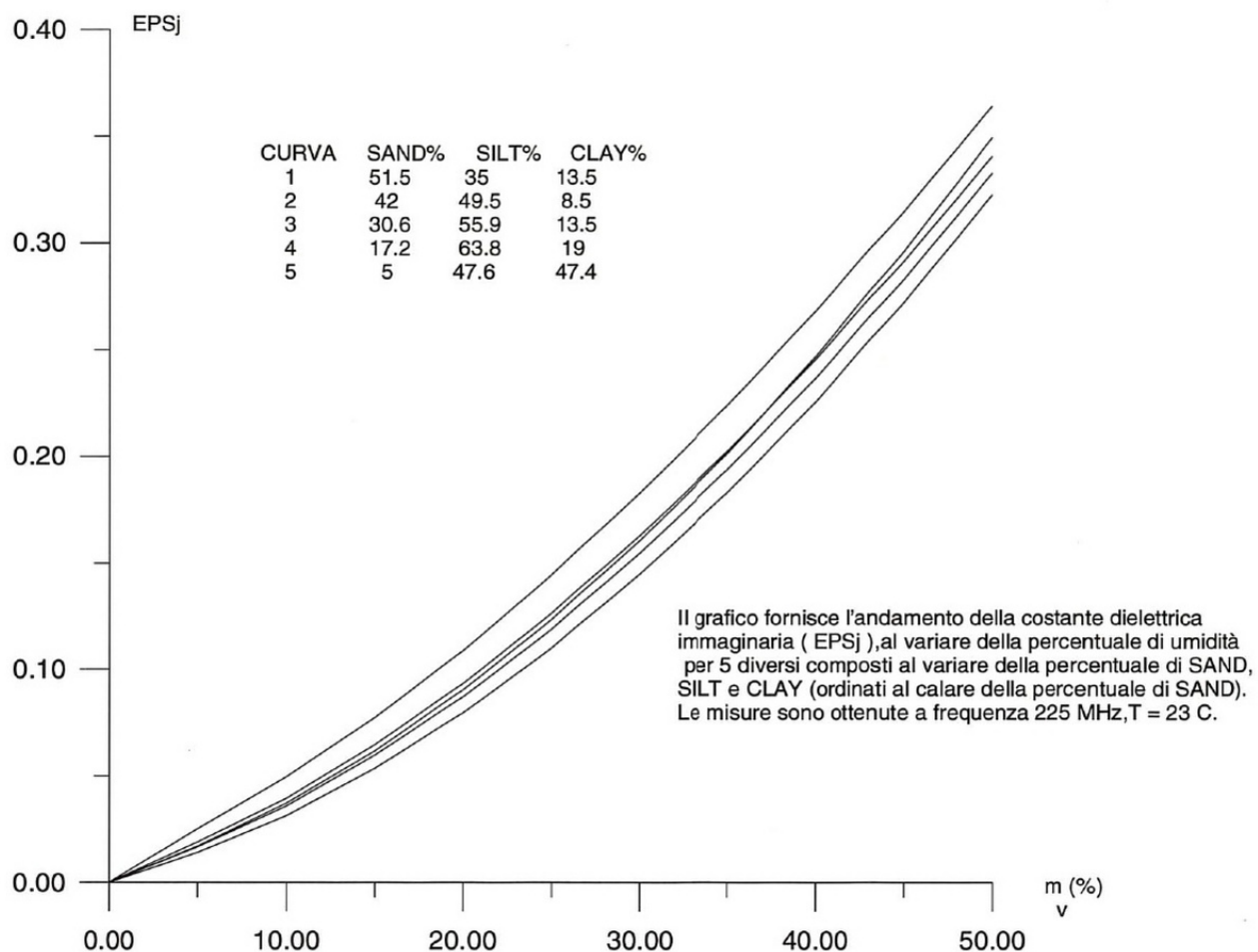


Figura 3: Andamento della parte immaginaria della costante dielettrica al variare della percentuale di umidità volumetrica m_v

Un secondo esempio di applicazione del programma è relativo al calcolo della costante dielettrica del suolo a diverse frequenze dell'onda em incidente, al variare della percentuale di umidità volumetrica m_v . In particolare, è stato scelto un certo tipo di terreno e quattro frequenze di test (225, 300, 450, 900 MHz). Dal grafico seguente (Figura 4) risulta che al crescere di m_v la parte immaginaria della costante dielettrica è fortemente sensibile alla frequenza dell'onda em incidente, mentre ne risulta invariata la parte reale (non mostrata in figura).

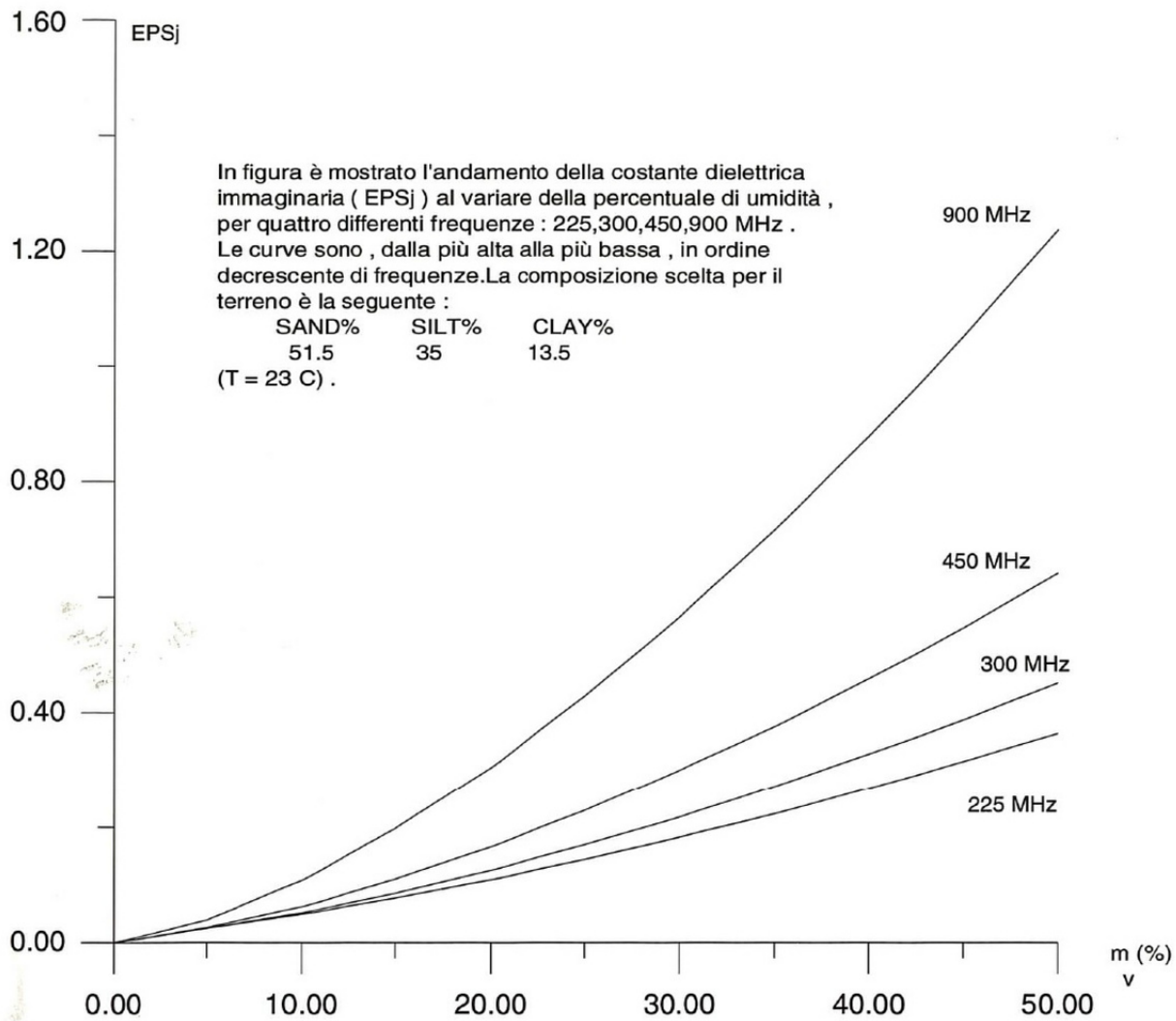


Figura 4: Andamento della parte immaginaria della costante dielettrica al variare della percentuale di umidità volumetrica m_v per quattro diverse frequenze della radiazione em incidente

Riferimenti bibliografici:

Dobson M. C. et al., *Microwave dielectric behaviour of wet soil-Part I: Empirical models and experimental observations*: IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. GE-23, no. 1, January 1985, p. 25-34

Dobson M. C. et al., *Microwave dielectric behaviour of wet soil-Part II: Dielectric mixing models* : IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. GE-23, no. 1, January 1985, p. 35-46

Hipp J. E., *Soil electromagnetic parameters as functions of frequency, soil density and soil moisture*: Proceedings of the IEEE, vol. 62, no. 1, January 1974

Hoekstra P. and Delaney A., *Dielectric properties of soils at UHF and Microwave frequencies*: Journal of Geophysical Research, vol. 79, no. 11, April 1974, p. 1699-1707

Koh G., *Effective dielectric constant of a medium with spherical inclusions*: IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. 30, no. 1, January 1992

Jackson T. J. and O'Neill P., *Microwave dielectric model for aggregated soils*: IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. GE-24, no. 6, November 1986

Peplinski N. R., Ulaby F. T., Dobson M. C., *Dielectric properties of soils in the 0.3-1.3 GHz range*: IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. 33, no. 3, May 1995, p. 803-806

Scott W. R. and Smith G. S., *Measured electrical constitutive parameters of soil as functions of frequency and moisture content*: IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. 30, no. 3, May 1992

Shutko A. M. and Reutov E. M., *Mixture formulas applied in estimation of dielectric and radiative characteristics of soils and grounds at microwave frequencies*: IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. GE-20, no.1, January 1982

Ulaby F. T., Moore R. K., Fung A. K., *Microwave Remote Sensing active and passive*: 1981, vol. I,II,III, Artech House, Norwood.

Wang J. R. and Schmugge T. J., *An empirical model for the complex dielectric permittivity of soils as a function of water content*: IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. GE-18, no. 4, October 1980.

Wensink W. A., *Dielectric properties of wet soils in the frequency range 1-3000 MHz*: Geophysical Prospecting 41, 1993, p. 671-693.

Wobschall D., *A theory of the complex permittivity of soil containing water: the semidisperse model*, IEEE Trans. Geosci. Electronics, vol. GE-15, no. 1, January 1977.

Indice	Pag.
Abstract	1
Descrizione del programma e degli algoritmi	1
Parametrizzazione della matrice (bulk)	2
Parametrizzazione delle inclusioni	6
Output del programma	7
Alcuni esempi di utilizzo di MIE_GPR	10
Riferimenti bibliografici	13

